عارفه سعادت نیا — آزمون شماره ۸ — دهم ریاضی A

۱) الف) $x|x| \geq 0$ $\quad x \geq |x| \rightarrow D_f = [0, +\infty) \rightarrow D_g = \mathbb{R}$

برابر نیستند

ب) $\dfrac{x^2+4x+3+x+4}{x^2+5x+7} = 1$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(1)(7) = -3$

دلتا منفی پس مخرج همیشه مثبت

$D_f = \mathbb{R}$ $\quad D_g = \mathbb{R}$

برابرند

ج) $2\sin x - 3 \neq 0 \rightarrow 2\sin x \neq 3 \rightarrow \sin x \neq \frac{3}{2} \rightarrow D_f = \mathbb{R}$ | $D_g = \mathbb{R}$

همواره برقرار

برابرند

$f(x) = \dfrac{2\sin x \,(2\sin x - 3)}{2\sin x - 3} = 2\sin x$ | $g(x) = 2\sin x = 2\sin x$

د) $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ $\quad$ ضابطه، $f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$

$D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ $\quad$ ضابطه $g(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$

برابرند

---

۲) الف) $D_f = \mathbb{R}$ $\quad D_g = \mathbb{R}$ $\quad$ مخرج کسر همیشه تعریف شده پس ضابطه هر دو مساوی صفر است

برابرند

ب) $2[x] \neq 0 \rightarrow [x] \neq 0 \rightarrow x \notin [0,1)$ $\quad D_g = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

D_f : $[2x] \neq 0$ $\quad 2x \notin [0,1)$ $\quad D_f = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

برابر نیستند

ج) $D_f = \emptyset$ $\quad D_g = (-\infty, 0)$

برابر نیستند

د) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ $\quad f(x) \Rightarrow f(x) \begin{cases} x, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$ $\quad x = 1$ $\quad f(2) = 2$

$D_g = \mathbb{R}$ $\quad$ ضابطه $\rightarrow x^2 + x$

$g(2) = 6$

برابر نیستند

---

۳) $\dfrac{x^2+x+1 - x^2 + x - 1}{2} = x$ $\quad g(x) = x$

$\dfrac{2x^2+2}{2} \rightarrow \dfrac{2(x^2+1)}{2} = x^2+1\, f(x)$

$f^2(x) + g^2(x) = (x^2+1)^2 - (x)^2 = x^4 + 1 + 2x^2 - x^2$

$\boxed{x^4 + x^2 + 1}$

$D_f \cap D_g = \quad D_f \quad x^۲-۴\geq ۰ \quad x^۲\geq ۴$ (محور: $-۲, -۱, ۰, ۱, ۲$)

$D_g = x^۲-۴\geq ۰ \quad x^۲\geq ۴$ (محور: $-۲, -۱, ۰, ۱, ۲$) $\quad D_f\cap D_f = (-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

---

۵)

$x^۲-mx+n=k(۲x^۲-۳x-۵) \quad x^۲-mx+n=۲kx^۲-۳kx-۵k$

ضریب $x^۲$: $۱=۲k \quad k=\frac{۱}{۲}$

ضریب x: $-m=-۳k=\frac{-۳}{۲} \quad m=\frac{۳}{۲}$

ثابت: $n=-۵k=-\frac{۵}{۲}$

$ax+۲=k(x-b)$

$\frac{۱}{۲}(x-b)$ ضریب $\to a=\frac{۱}{۲} \quad ۲=\frac{-b}{۲}\to b=-۴$

$am-bn=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲})-((-۴)\times(-\frac{۵}{۲}))=\frac{۳}{۴}-۱۰=\frac{-۳۷}{۴}$

---

۶)

$\frac{b}{۸}=-\frac{۲}{۴}=c \to c=-\frac{۲}{b}\to bc=-۲$ و $c=-\frac{b}{۸}\to b=-۸c$ $\Big\}$ $۸c^۲=۲ \quad c^۲=\frac{۱}{۴} \quad c=\pm\frac{۱}{۲}$

$\boxed{a=-\frac{b}{۸}}$

$\frac{ab}{c}\to a=\frac{-۸c}{۸}=-c\to\frac{(-c)b}{c}$ و $c\neq ۰$ $\quad , \frac{ab}{c}=-b$

$\to c=\frac{۱}{۲}\to -۸(\frac{۱}{۲})=-۴$

$\to c=-\frac{۱}{۲}\to ۸(\frac{۱}{۲})=۴$

$\frac{ab}{c}=\pm ۴$

---

۷)

$f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$x=-۱ \quad f(-۱)=۲ \quad g(-۱)=-۴$

$\frac{۲(-۴)}{۲-۴}=۴$

$x=۲ \quad f(۲)=۴ \quad g(۲)=۴$

$\frac{۲(۴)}{۴+۴}=۱$

$x=۳ \quad f(۳)=-۲ \quad , g(۳)=۶$

$\frac{۲(۶)}{-۲+۶}=۳$

برد تابع $=\{۱,۳,۴\}$

---

۸)

$(۲,a)=(۲,d)\to a=d \qquad (۲,-۱)=(۲,a)=(۲,d)\to a,d=-۱$

$(-۳,۱)=(-۳,\frac{۳a}{-۳}-۲b) \qquad ۱=-۳-۲b\to ۴=-۲b\to b=-۲ \qquad (c,۵)=(a-۳b,۵)$ (۶)

$c=-۱+۶=۵ \qquad c+d=۵-۱=۴$

---

۹) برای داشتن یک ریشه باید $\Delta=۰$ پس $۱-۴m=۰\to m=\frac{۱}{۴}$

$-x^۲+x-m\geq ۰\to \Delta=۱-۴m$

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۱}{۲(-۱)}=\frac{۱}{۲}\to f(\frac{۱}{۲})=\sqrt{۰}=۰ \quad g(x)=(a,b)\to(\frac{۱}{۲},۰)\to\frac{۱}{۲}+۰=\frac{۱}{۲}$

---

۱۰)

$(۲x+a)(x-c)=۲(x^۲+۶x+b) \qquad ۲x^۲-۲xc+ax-ac=۲x^۲+۱۲x+۲b\to -۲xc+ax-ac=۱۲x+۲b$

$x(a-۲c)-ac=۱۲x+۲b \qquad a-۲c=۱۲ \;, -ac=۲b\to b=\frac{-ac}{۲}$

$(x-c)^۲=x^۲-۲xc+c^۲=x^۲+۶x+b\to -۲c=۶\to c=-۳ \qquad x=\frac{-۶}{۲(۱)}=-۳\to c=-۳$

$x^۲+۶x+b=۰$

$۹-۱۸+b=۰$ ($b=۹$)

$a-۲c=۱۲\to a-۲(-۳)=۱۲\to a=۶$

$a+b+c=۶+۹+(-۳)=۱۲$