نام و نام خانوادگی: زهرا دهقانی   تکلیف شماره: ۵   کلاس دهم دختران: A

۱

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|},\ g(x)=x \xrightarrow{\text{اگر}} x\geq 0 \to f(x)=\sqrt{x^2} \to f(x)=|x|=x \xrightarrow{\text{پس}} f(x)=g(x)$ ۴

ب) $f(x)=\frac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7},\ g(x)=1 \Longrightarrow \frac{x^2+x+3x+3+x+4}{x^2+5x+7}=\frac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}$

$\Longrightarrow \frac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1 \xrightarrow{\text{پس}} f(x)=g(x)$ ۱/۵

ج) $f(x)=\frac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3},\ g(x)=2\sin x \to \frac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3} = 2\sin x \to 4\sin^2 x-6\sin x=4\sin^2 x-6\sin x$

$2\sin x-3\neq 0$, $\sin x\neq \frac{3}{2}$ غیر ممکن پس همواره مخرج تعریف شده

$\Longrightarrow 0 \to f(x)=g(x)=0$

د) $f(x)=\frac{x}{|x|},\ g(x)=\frac{|x|}{x} \xrightarrow{\text{اگر}} x<0 \to f(x)=\frac{x}{-x}=g(x)=\frac{-x}{x}=-1 \xrightarrow{\text{اگر}} x>0\ f(x)=g(x)=\frac{x}{x}=1$

۲

الف) $f(x)=\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right],\ g(x)=[x-[x]] \longrightarrow f(x)=g(x)=0$

$x\in\mathbb{R}\to 0$

$x^2+1\neq 0 \to x^2\neq -1$ همواره برقرار است

ب) $f(x)=\frac{1}{[2x]},\ g(x)=\frac{1}{2[x]} \xrightarrow{\text{اگر}} x\in\mathbb{Z} \to \cancel{f(x)=g(x)}$

ج) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}},\ g(x)=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$

$\xrightarrow{\text{اگر}} x\geq 0 \to x-|x|=|x|-x=0 \longrightarrow f(x)=g(x)=\frac{1}{0}$ × تعریف نشده

$\xrightarrow{\text{اگر}} x<0 \to |x|=-x$ مقدار حقیقی وجود ندارد $\Longrightarrow f(x)\neq g(x)$ ۲

د) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3-x}{x-1} & ;\ x\neq 1\\ 2 & ;\ x=1\end{cases},\ g(x)=x^2+x$

$\xrightarrow{\text{اگر}} x=1 \to g(x)=1+1=2 \to g(x)=f(x)$

$\xrightarrow{\text{اگر}} x\neq 1 \to \frac{x(x^2-1)}{x-1}=\frac{x\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=x(x+1)=x^2+x \to g(x)=f(x)$

۳

$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^2+x+1\\ f(x)-g(x)=x^2-x+1\end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l} 2f(x)=2x^2+2 \to f(x)=\frac{2(x^2+1)}{2}=x^2+1 \\ 2g(x)=2x \to g(x)=\frac{2x}{2}=x\end{array}$ ۲

$\underbrace{f^2(x)-g^2(x)}_{\text{مزدوج}}=(f(x)-g(x))(f(x)+g(x))=(x^2+1-x)(x^2+1+x)$

$=x^4+x^2+\cancel{x^3}+\cancel{x^2}+1+\cancel{x}-\cancel{x^3}-\cancel{x}-\cancel{x^2}=\boxed{x^4+x^2+1}$ جواب نهایی

۴

$f(x)\times g(x)=\underbrace{(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})}_{\text{اتحاد مزدوج}}$

$a=x$

$b=\sqrt{x^2-4}$ ۱

$(a-b)(a+b)=a^2+b^2 \longrightarrow x^2-(\sqrt{x^2-4})^2=4$

شکل تابع fxg؟ دامنه؟

۵

$\frac{x-b}{2x^2-3x-5}=\frac{ax+2}{x^2-mx+n} \xrightarrow{\text{مخرج‌ها}} 2x^2-3x-5=2(x^2-mx+n) \to n=-\frac{5}{2}$

ضریب x^2 ها $m=\frac{3}{2}$

$\xrightarrow{\text{صورت‌ها}} ax+2=2(x-b)$ ها $-b=1\to \cancel{b=-1}$

$am-bn=(2\times\frac{3}{2})-(-1\times-\frac{5}{2})=3-\frac{5}{2}=\cancel{\frac{1}{2}}$

۹۷۵

$f(x) = \dfrac{bx+2}{ax+b} \to ax+b \neq 0 \to x \neq -\dfrac{b}{a} \Longrightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\dfrac{b}{a}\}$ ۵

$D_f = D_g \longrightarrow -\dfrac{b}{a} = a \to b = -a^2$ 6

$f(x) = g(x) = c = \dfrac{bx+2}{ax+b} \to \dfrac{-a^2x+2}{ax-a^2} = c \to -a^2x + 2 = cax - ca^2$

$c = -a$; $-(-a)a^2 = a^3 \to b = -a^2 = -(\sqrt[3]{2})^2$

$\cancel{a^3} = 2 \to a = \sqrt[3]{2}$; $\cancel{\dfrac{ab}{c} = \sqrt[3]{4}}$

$D_f = \{3, 7, 0, -5\}$

$D_g = \{2, 3, 5, -1\}$ $\to D_f \cap D_g = 3$

$f = \{(3,-1), (5,2), (-5,3), (0,5)\}$

$g = \{(2,4), (3,6), (-1,-4), (5,0)\}$

$f(3) = -1$ 7

$g(3) = 6$

$\cancel{\dfrac{2g}{f+g} = \dfrac{2\times 6}{6-1} = \dfrac{12}{5}}$

$x = 3$

۰/۲۵

$3a - 2b = 1 \leftarrow f:(-3, 3a-2b)\ ,\ g:(-3, 1)$ $\qquad d + c = 5 - 1 = 4$

$3(-1) - 2b = 1 \to -3 - 2b = 1 \to -4 = 2b \to b = -2$ 8

$g:(a - 3b, 5)\ ,\ f:(c, 5)$

$c = -1 - 3(-2) = 5$

۱

$-x^2 + x - m = 0 \to -(-x^2 + x - m) = 0 \to x^2 - x + m = 0$

$\Delta = 1 - 4m = 0 \to m = \dfrac{1}{4}$

$x = \dfrac{1}{2} \to -x^2 + x - m = 0$ 9

$f(\dfrac{1}{2}) = 0$

۰/۷۵

$\dfrac{2x + a}{x^2 + 6x + b} = \dfrac{2}{x - c} \longrightarrow (2x + a)(x - c) = 2(x^2 + 6x + b)$

$\to \cancel{2x^2} - 2xc + ax - ac = \cancel{2x^2} + 12x + 2b$

جایگذاری می‌کنیم

$\to -2xc + ax - ac = 12x + 2b$ 10

$a + b + c$

$\Rightarrow (12 + 2c) + (-(c^2 + 6c)) + c$

$= 12 - c^2 - 3c$

$\to x(-2c + a) - ac = 12x + 2b$

$\to -2c + a = 12 \qquad -ac = 2b \to b = -\dfrac{ac}{2}$

$a = 12 + 2c \qquad b = -\dfrac{(12 + 2c)c}{2} = -6c - c^2$

۰/۵