Year: Month: Day: / / Subject: سارا معزبزی

تکلیف شماره ۱

① الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$, $g(x)=x$ → $D_f \neq D_g$ → مساوی نیستند

+ ✓
− ✗
۰ ✓ → $D_f=[0,+\infty)$

$D_g=\mathbb{R}$

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$, $g(x)=1$ → $D_f=D_g$ → هر دو هم را برابریم جواب هردو ۱ است → مساوی هستند

$x^2+5x+7\neq 0$

$\Delta=25-28=-3$, → $D_f=\mathbb{R}$

$D_g=\mathbb{R}$

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}$, $g(x)=2\sin x$ → $D_g=D_f$, $f(x)=f(g)$ → مساوی هستند

$D_g=\mathbb{R}$

$2\sin x-3\neq 0$

$\sin x\neq \frac{3}{2}$ ⟸ همواره $-1\leq \sin x\leq 1$ → $D_f=\mathbb{R}$

→ $x=0$

→ $\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}=\dfrac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}$

$=2\sin x=g(x)$

برای هر مقدار x خواص مشابه داریم. ... هم با هم مساوی ... هستند

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x}$ → $D_f=D_g$, $f(x)=g(x)$ → مساوی هستند

$|x|\neq 0$ → $x\neq 0$

$x\neq 0$ → $D_g=\mathbb{R}-\{0\}$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$

→ $\begin{cases} f(x)=1 & x>0 \\ f(x)=-1 & x<0 \end{cases}$ → برای هر مقدار x ها $f(x)$ برابره

$\begin{cases} f(x)=1 & x>0 \\ f(x)=-1 & x<0 \end{cases}$

② الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$, $g(x)=[x-[x]]$ → $D_f=D_g$, $f(x)=f(g)$ → مساوی هستند

همواره $x^2+1\geq 0$

→ $D_f=\mathbb{R}$

$D_g=\mathbb{R}$

→ $0\leq x-[x]<1$ → عدد کسری است → $[x-[x]]=0$

$0\leq \dfrac{x^2}{x^2+1}<1$ → $0=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$

هر دو مساوی صفر شدند پس → برای هر مقدار x صفر جواب رو میده

Year: Month: Day: / / Subject:

ج) $f(x)=\frac{1}{[2x]}$, $g(x)=\frac{1}{2[x]}$ $\to D_f \neq D_g \to$ برابر نیستند

↳ $[2x]\neq 0$ ↳ $2[x]\neq 0 \to [x]\neq 0 \to$ نباید $0\le x<1$

نباید $0\le 2x<1 \to$ نباید $0\le x<\frac{1}{2}$ $\to D_g=\mathbb{R}-[0,1)$

$\to D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$

د) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x)=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ $\to D_f\neq D_g \to$ برابر نیستند

↳ $x-|x|>0 \to$ + ×, − ×, 0 × $\to D_f=\emptyset$

↳ $|x|-x>0 \to$ + ×, − ✓, 0 × $\to D_f=\mathbb{R}^-$

ه) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3-x}{x-1} & ; x\neq 1\\ 2 & ; x=1\end{cases}$ $g(x)=x^2+x=x(x+1)$ ↳ $D=\mathbb{R}$ — برابرند

$\frac{x^3-x}{x-1}=\frac{x(x^2-1)}{x-1}=\frac{x(x+1)(x-1)}{x-1}=x(x+1)$

↳ نقطه توخالی $x=1$ هست $\to D=\mathbb{R}$

چون $x=1$ معمول و تعریف شده در خروجی دو ضابطه، در $x\neq 1$ هم شکل یکسان است

چون صورت شد $x(x+1)$ یعنی تو ۲ کم
به ازای هر مقدار x برابرند

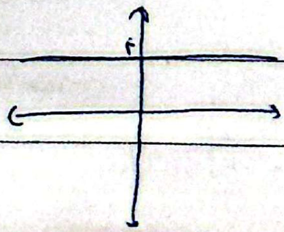
$g(1)=1+1=2=f(1)$

۲)
$$\begin{cases}f(x)+g(x)=x^2+x+1\\ f(x)-g(x)=x^2-x+1\end{cases}\to 2f(x)=2x^2+2 \to \boxed{f(x)=x^2+1}$$

$\to x^2+1+g(x)=x^2+x+1 \to \boxed{g(x)=x}$

$\to f^2(x)-g^2(x)=(x^2+1)^2-x=x^4+1+2x^2-x=\boxed{x^4+x^2+1=f^2(x)-g^2(x)}$

۴)
$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$
$g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$
$\to f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})=x^2-x^2+4=4$



Year: Month: Day: Subject:

④ $f(x)=\frac{ax+2}{x^2-mx+n}$, $g(x)=\frac{x-b}{2x^2-3x-5}$

$x^2-mx+n=(x-\frac{5}{2})(x+1)$

$=x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

$m=\frac{3}{2}$, $n=-\frac{5}{2}$

$2x^2-3x-5\neq 0$

$x^2-3x-10\neq 0 \rightarrow (x-5)(x+2)\neq 0$

$\rightarrow x\neq \frac{5}{2}$, $x\neq -\frac{2}{2}=-1$

$\frac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\frac{x-b}{2x^2-3x-5}$

$\rightarrow \frac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\frac{x-b}{2(x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2})}$

$\rightarrow ax+2=\frac{x}{2}-\frac{b}{2}$

$ax=\frac{1}{2}x \rightarrow a=\frac{1}{2}$

$2=-\frac{b}{2} \rightarrow b=-4$

$am-bn=(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2})-((-4)(-\frac{5}{2}))=\frac{3}{4}-10=\frac{-37}{4}$

⑦ $f(x)=\frac{bx+2}{8x+b}$, $g(x)=c \rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{a\}$

$D_f=D_g \rightarrow 8a+b=0$

$f(x)=c \rightarrow \frac{bx+2}{8x+b}=c \rightarrow bx+2=8cx+bc \rightarrow 8c=b$

$bc=2$

$8c\times c=2 \rightarrow 8c^2=2$

$c^2=\frac{1}{4} \rightarrow c=\pm\frac{1}{2}$, $b=8\times(\pm\frac{1}{2})$

$b=\pm 4$

$a=\pm\frac{1}{2}$, $8a=\pm 4$

$c=-\frac{1}{2} \rightarrow b=-4 \rightarrow a=\frac{1}{2}$

$\rightarrow f(x)=\frac{-4x+2}{8x-4}=-\frac{1}{2}=c$ ✓

$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}=\mathbb{R}-\{4\}$ ✓

$c=\frac{1}{2} \rightarrow b=4 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$\rightarrow f(x)=\frac{4x+2}{8x+4}=\frac{1}{2}=c$ ✓

$f(x)=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}=\mathbb{R}-\{4\}$ ✓

۷۴

(۷)

$2f-1=\{(-1,3)(2,7)(3,-5)(0,0)\}$

$2f=\{(-1,4)(2,8)(3,-4)(0,1)\} \to f=\{(-1,2)(2,4)(3,-2)(0,\frac{1}{2})\}$

$g=\{(2,4)(3,6)(-1,-4)(5,0)\} \to 2g=\{(2,8)(3,12)(-1,-8)(5,0)\}$

$\frac{2g}{f+g}=\{(-1,4)(2,1)(3,3)\}$

(۸)

$f=\{(3,a)(-3,3a-2b)(c,5)(2,d)\} \to \boxed{a=d=-1}$

$g=\{(2,-1)(-3,1)(a-3b,5)\}$

$\to 3a-2b=1 \to -3-2b=1 \to -4=2b$

$\to \boxed{-2=b}$

$\to a-3b=c \to -1-3(-2)=-1+6=\boxed{5=c}$

$\to \boxed{d+c=-1+5=4}$

(۹)

$f(x)=\sqrt{-x^2+x-m} \;=\; g(x)=\{(a,b)\}$ $\quad \boxed{a=\frac{1}{2}}$ $\quad D_f=\{\frac{1}{2}\}$

$-x^2+x-m\geq 0$

$\Delta=1-4m \xrightarrow[\text{باید}]{\text{برای اینکه تک عضو}} \Delta=0 \to 1-4m=0 \to m=\frac{1}{4}$

$\to f(x)=\sqrt{-(x-\frac{1}{2})^2} \xrightarrow{f(x)=0} x=\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})=\sqrt{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=\boxed{0=b}$ $\quad \boxed{a+b=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}}$

بطور کلی باید $f(x)=0$ بشه تا دامنه تک عضوی شه $x^2-x+m=0$ و در نتیجه ریشه مضاعف و تنها

درصورتی که تعریف شده که برابر با صفر بشه. ولی چون m رو نداریم اول با Δ پیش میریم و بعد بدست میاریم

(۱۰)

$f(x)=\frac{2x+a}{x^2+6x+b} \;=\; g(x)=\frac{2}{x-c}$

باید ریشه مضاعف داشته باشد

$\to \Delta=36-4b=0 \to \boxed{b=9}$ $\quad D_g=\mathbb{R}-\{c\}$

$x^2+6x+9=(x+3)^2 \to x=-3$ $\quad \frac{2x+a}{(x+3)^2}=\frac{2}{x+3}$ $\quad \boxed{a+b+c=6+9-3=12}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-3\} \to \boxed{c=-3}$ $\quad 2x+6=2x+a \to \boxed{a=6}$