۱۸٫۷۵

Year: Month: Day: / / Subject: تکلیف شماره ۱

سارا عزیزی

① الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$, $g(x)=x$ → $D_f \neq D_g$ → مساوی نیستند ✓

(۳)

+ ✓

− ×

۰ ✓ → $D_f=[۰, +\infty)$; $D_g=\mathbb{R}$

ب) $f(x)=\frac{(x+۳)(x+۱)+x+۴}{x^۲+۵x+۷}$, $g(x)=۱$ → $D_f=D_g$ → هر دو هم برابر [illegible] شد!

↓ مساوی هستند ✓

$D_g=\mathbb{R}$

$x^۲+۵x+۷\neq ۰$

$\Delta=۲۵-۲۸=-۳$, $\rightarrow D_f=\mathbb{R}$ ✓

ج) $f(x)=\frac{۴\sin^۲ x-۶\sin x}{۲\sin x-۳}$, $g(x)=۲\sin x$ → $D_g=D_f$, $f(x)=f(g)$ → مساوی هستند

$D_g=\mathbb{R}$

$۲\sin x-۳\neq ۰$

$\sin x\neq\frac{۳}{۲}$ $\xrightarrow{\text{محال}}$ $-۱\leq\sin x\leq ۱$ → $D_f=\mathbb{R}$

↳ $x=۰$

$\rightarrow \frac{۴\sin^۲ x-۶\sin x}{۲\sin x-۳}=\frac{۲\sin x(\cancel{۲\sin x-۳})}{\cancel{۲\sin x-۳}}=۲\sin x=g(x)$

به ازای هر مقدار ضابطه مشابه دارند. هم با هم مساوی نیز هستند

د) $f(x)=\frac{x}{|x|}$, $g(x)=\frac{|x|}{x}$ → $D_f=D_g$, $f(x)=g(x)$ → مساوی هستند ✓

$|x|\neq۰ \rightarrow x\neq۰$

$x\neq۰ \rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{۰\}$

$D_f=\mathbb{R}-\{۰\}$

$\rightarrow \begin{cases} f(x)=۱ & x>۰ \\ f(x)=-۱ & x<۰ \end{cases}$

↳ $\begin{cases} f(x)=۱ & x>۰ \\ f(x)=-۱ & x<۰ \end{cases}$ → به ازای هر مقدار با $f(x)$ برابره

(۲)

② الف) $f(x)=\left[\frac{x^۲}{x^۲+۱}\right]$, $g(x)=[x-[x]]$ → $D_f=D_g$, $f(x)=f(g)$ → مساوی هستند ✓

همواره $x^۲+۱\geq ۰$ ↳ $D_f=\mathbb{R}$

$D_g=\mathbb{R}$ ↳ $۰\leq x-[x]<۱$ → عدد کسری یا ۰ → $[x-[x]]=۰$

$۰\leq\frac{x^۲}{x^۲+۱}<۱$ → $۰=\left[\frac{x^۲}{x^۲+۱}\right]$

→ هر دو مساوی صفر شدن

به ازای هر مقدار صفر جواب رو میده

Year: Month: Day: | | Subject: ✓

الف) $f(x)=\frac{1}{[2x]}$, $g(x)=\frac{1}{2[x]}$ $\rightarrow D_f \neq D_g \rightarrow$ برابر نیستند

$\hookrightarrow [2x]\neq 0$ $\hookrightarrow 2[x]\neq 0 \rightarrow [x]\neq 0 \rightarrow$ نتیجه $0\leqslant x<1$

نتیجه $0\leqslant 2x<1 \rightarrow$ نتیجه $0\leqslant x<\frac{1}{2}$ $\rightarrow D_g=\mathbb{R}-[0,1)$

$\rightarrow D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$

✓

ب) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x)=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ $\rightarrow D_f\neq D_g \rightarrow$ برابر نیستند

$\hookrightarrow x-|x|>0 \rightarrow \begin{matrix}+ & \times\\ - & \times\\ 0 & \times\end{matrix} \rightarrow D_f=\varnothing$ $\hookrightarrow |x|-x>0 \rightarrow \begin{matrix}+ & \times\\ - & ✓\\ 0 & \times\end{matrix} \rightarrow D_f=\mathbb{R}^-$

✓

ج) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3-x}{x-1} & ; x\neq 1\\ 2 & ; x=1\end{cases}$ $g(x)=x^2+x=x(x+1)$ $\hookrightarrow D=\mathbb{R}$ برابرند

$\frac{x^3-x}{x-1}=\frac{x(x^2-1)}{x-1}=\frac{x(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=x(x+1)$ ~~$D=\mathbb{R}$~~

چون صورت و مخرج $x(x+1)$ می‌توانیم بگیریم

به ازای هر مقدار x برابرند

$\hookrightarrow$ نقطه شکل توی $x=1$ هست

که خروجی دو صورت $x=1$ مخرج و تعریف شده $\longrightarrow D=\mathbb{R}$

ولی چون توی گفته $x\neq 1$ بین شکل

$g(1)=1+1=2=f(1)$

②

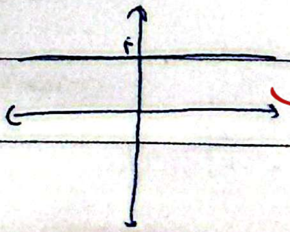
$\begin{cases}f(x)+g(x)=x^2+x+1\\ f(x)-g(x)=x^2-x+1\end{cases}$ $\rightarrow 2f(x)=2x^2+2$ $\rightarrow \boxed{f(x)=x^2+1}$ ③

$\rightarrow \cancel{x^2}+\cancel{1}+g(x)=\cancel{x^2}+x+\cancel{1} \rightarrow \boxed{g(x)=x}$

$\rightarrow f^2(x)-g^2(x)=(x^2+1)^2-x=x^4+1+2x^2-x=\boxed{x^4+x^2+1=f^2(x)-g^2(x)}$

ط ④

$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$
$\rightarrow f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})=x^2-x^2+4=4$
$g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$



دامنه؟

با توجه به دامنه $f\times g$ غلطه

Year: Month: Day: | | Subject:

⑤ $f(x)=\frac{ax+۲}{x^۲-mx+n}$, $g(x)=\frac{x-b}{۲x^۲-۳x-۵}$ ۳

↳ $x^۲-mx+n=(x-\frac{۵}{۲})(x+۱)$ ↳ $۲x^۲-۳x-۵\neq ۰$

$=x^۲-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲}$ $x^۲-۳x-۱۰\neq ۰\to(x-۵)(x+۲)\neq ۰$

$mx=\frac{۳}{۲}x\to\boxed{m=\frac{۳}{۲}}$ $\to x\neq\frac{۵}{۲}\ ,\ x\neq\frac{-۲}{۲}=-۱$

$\boxed{n=-\frac{۵}{۲}}$

↳ $\frac{ax+۲}{x^۲-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲}}=\frac{x-b}{۲x^۲-۳x-۵}$

$\to\frac{ax+۲}{x^۲-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲}}=\frac{\frac{x}{۲}-\frac{b}{۲}}{x^۲-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲}}\to$ مخرج ها با هم برابرند صورت ها هم برابرند $\to ax+۲=\frac{x}{۲}-\frac{b}{۲}$

↳ $ax=\frac{۱}{۲}x\to\boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

↳ $۲=-\frac{b}{۲}\to\boxed{b=-۴}$

↳ $am-bn=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲})-((-۴)\times(-\frac{۵}{۲}))=\frac{۳}{۴}-۱۰=\boxed{\frac{-۳۷}{۴}}$

⑥ $f(x)=\frac{bx+۲}{۸x+b}$ $g(x)=c\to D_g=\mathbb{R}\{۸\}$ ۳

↳ $D_f=D_g\to ۸a+b=۰$

$\to f(x)=c\to\frac{bx+۲}{۸x+b}=c\to bx+۲=۸cx+bc\to ۸c=b$

↘ $bc=۲$

$a=\pm\frac{۱}{۲}$ ← $۸a=\pm۴$ $۸c\times c=۲\to ۸c^۲=۲$

$\to c^۲=\frac{۱}{۴}\to\boxed{c=\pm\frac{۱}{۲}}\to b=۸\times(\pm\frac{۱}{۲})$

$\boxed{b=\pm۴}$

$\boxed{c=-\frac{۱}{۲}\to b=-۴\to a=\frac{۱}{۲}}\to$ [illegible] $\to f(x)=\frac{-۴x+۲}{۸x-۴}=-\frac{۱}{۲}=c$ ✓

$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{۱}{۲}\}=\mathbb{R}-\{۸\}$ ✓

$\boxed{c=\frac{۱}{۲}\to b=۴\to a=-\frac{۱}{۲}}\to f(x)=\frac{۴x+۲}{۸x+۴}=\frac{۱}{۲}=c$ ✓

$f(x)=\mathbb{R}-\{-\frac{۱}{۲}\}=\mathbb{R}-\{۸\}$ ✓

ص ⑦

۱۷۴ $۲f-۱=\{(-۱,۳)(۲,۷)(۳,-۵)(۰,۰)\}$

$۲f=\{(-۱,۴)(۲,۸)(۳,-۴)(۰,۱)\}\to f=\{(-۱,۲)(۲,۴)(۳,-۲)(۰,\frac{۱}{۲})\}$

~~$g=\{(۲,$~~ $g=\{(۲,۴)(۳,۶)(-۱,-۴)(۵,۰)\}\to ۲g=\{(۲,۸)(۳,۱۲)(-۱,-۸)(۵,۰)\}$

$\frac{۲g}{f+g}=\{(-۱,۴)(۲,۱)(۳,۳)\}$

۱.۷۵ ⑧

$f=\{(۲,a)(-۳,۳a-۲b)(c,۵)(۲,d)\}\to\boxed{a=d=-۱}$

$g=\{(۲,-۱)(-۳,۱)(a-۳b,۵)\}$ $\to ۳a-۲b=۱\to -۳-۲b=۱\to -۴=۲b$

$\to\boxed{-۲=b}$

$\to a-۳b=c\to -۱-۳(-۲)=-۱+۶=\boxed{۵=c}$

$\to\boxed{d+c=-۱+۵=\cancel{۴}}$ ۴

ص ⑨

$f(x)=\sqrt{-x^۲+x-m}$ (=) $g(x)=\{(a,b)\}$ $\boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

$D_f=\{\frac{۱}{۲}\}$

$-x^۲+x-m\geq ۰$ ~~$(x^۲-x+m)\leq ۰$~~

$\Delta=۱-۴m\xrightarrow[\text{باشد}]{\text{برای اینکه تک}}\Delta=۰\to ۱-۴m=۰\to m=\frac{۱}{۴}$ $\to f(x)=\sqrt{-(x-\frac{۱}{۲})^۲}\xrightarrow{f(x)=۰} x=\frac{۱}{۲}$

$f(\frac{۱}{۲})=\sqrt{-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}}=\boxed{۰=b}$

$\boxed{a+b=\frac{۱}{۲}+۰=\frac{۱}{۲}}$

به طور کلی باید $f(x)=۰$ بشه تا فقط یک [illegible] $x^۲-x+m$ تا + وجود داشته باشد و تنها →

درصورتی ۰ تعریف شده که برابر با صفر باشد. ولی چون m رو نداریم اول با Δ پیش میریم و به جواب میرسیم

ص ⑩

$f(x)=\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}$ (=) $g(x)=\frac{۲}{x-c}$

کافیه مخرج ریشه مضاعف داشته باشد

$\hookrightarrow\Delta=۳۶-۴b=۰\to\boxed{b=۹}$

$D_g=\mathbb{R}-\{c\}$

$x^۲+۶x+۹=(x+۳)^۲\to x=-۳$

$D_f=\mathbb{R}-\{-۳\}\to\boxed{c=-۳}$

$\frac{۲x+a}{(x+۳)^{\cancel{۲}}}=\frac{۲}{x+۳}$

$۲x+۶=۲x+a\to\boxed{a=۶}$

$\to\boxed{a+b+c=۶+۹-۳=۱۲}$