

الف) $g(x) = x \leftarrow x$ می تواند 0 یا + یا منفی باشد ولی $f(x) = \sqrt{x}$ مقدار زیر را میگیرد (الف)
 حتماً باید + یا منفی باشد $\leftarrow$ برابر نیستند
 $x \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow |x| \geq 0$

ب) $g(x) = 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{(x+3)(x+1)+x+2}{x^2+5x+7} \rightarrow x^2+5x+7 \neq 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 25 - 28$
 $\Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه حقیقی ندارد پس دامنه $f(x)$ هم $\mathbb{R}$ می شود
 بررسی فاصله: $\frac{(x+3)(x+1)+x+2}{x^2+5x+7} = 1$
 $(x+3)(x+1)+x+2 = x^2+5x+7$
 $x^2+4x+3+x+2 \neq x^2+5x+7$
 پس فاصله های برابر دارند $\leftarrow$ این تابع با هم برابرند

ج) $f(x) = \frac{4\sin^2 x - 4\sin x}{2\sin x - 3}$, $g(x) = 2\sin x$

① بررسی دامنه ها $\left\{ \begin{array}{l} D_g = \mathbb{R} \\ D_f \rightarrow \begin{array}{l} 2\sin x - 3 \neq 0 \\ 2\sin x \neq 3 \\ \sin x \neq \frac{3}{2} \end{array} \end{array} \right.$
 از آنجایی که $1 \leq \sin x \leq 1$ هرگز $\frac{3}{2}$ نمی تواند باشد
 پس هرگز خارج صفر نمی شود $\leftarrow D_f = \mathbb{R}$

② بررسی فاصله $\left\{ \begin{array}{l} \frac{4\sin^2 x - 4\sin x}{2\sin x - 3} = 2\sin x \\ \frac{2\sin x(2\sin x - 3)}{2\sin x - 3} \neq 2\sin x \end{array} \right. \Rightarrow$ تابع با هم برابر است

د) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x} \rightarrow x \neq 0 \quad D_g = \mathbb{R} - \{0\}$
 $\left\{ \begin{array}{l} |x| \neq 0 \rightarrow x \neq 0 \\ D_f = \mathbb{R} - \{0\} \end{array} \right.$

بررسی فاصله $\rightarrow \frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x} \rightarrow x^2 = |x||x|$
 $x^2 \neq x^2$

(۲) صورت این کسر همیشه یک عدد + است و مخرج هم همیشه +، اگر به جای n مثلاً ۱۰۰ بگذاریم صورت یک چیز بزرگتر و مخرج چون + شده یک چیز بزرگتر است و بین او صفر است $\Leftarrow$ برای آن که برابر صفر شده

$$g(n) = [n - [n]] = [n] - [n] = 0 \Rightarrow \text{۲ تابع برابرند}$$

$$\text{ب) } f(n) = \frac{1}{[2n]} \quad g(n) = \frac{1}{2[n]}$$

① بررسی دامنه ها: $[2n] \neq 0 \Rightarrow 0 < 2n < 1 \rightarrow 2n < 1$
 $n < \frac{1}{2}$ اگر این باشد
 $D_f = R - [0, \frac{1}{2})$ مخرج صفر یا صفر

$$g(n) \rightarrow 2[n] \neq 0$$

$[n] \neq 0 \xrightarrow{\text{یعنی}} 0 < n < 1 \rightarrow n < 1$ باید بین ۰ و ۱ باشد
 اگر این باشد مخرج صفر ندارد $\Rightarrow D_g = R - [0, 1)$

از طرفی اگر به جای n ، ۱، ۱۰۰ بگذاریم جواب یکسانی (۲ تابع به دست می آید)
 دامنه ها برابر نیستند $\Leftarrow$ توابع برابر نیستند

$$\text{۲) } f(1,1) = \frac{1}{[2,4]} = \frac{1}{4}$$

$$g(1,1) = \frac{1}{2[1]} = \frac{1}{2}$$

ج) $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n-|n|}} \rightarrow n-|n| > 0$
 $n > |n| \rightarrow |n| < n \rightarrow$ غلط است
 $D_f = \emptyset$ اگر n عدد منفی باشد $1-2 \times -2$

$$g(n) = \frac{1}{\sqrt{|n|-n}} \rightarrow |n|-n > 0$$

$|n| > n \rightarrow$ فقط برای اعداد منفی صحت دارد
 $|-1| > -1$
 $1 > -1$
 $D_g = (-\infty, 0)$
 این ۲ تابع برابر نیستند $\Rightarrow$

د) $f(n) = \begin{cases} \frac{n^2-n}{n-1} ; n \neq 1 \rightarrow \frac{n(n-1)(n+1)}{n-1} = n^2+n \Rightarrow f(n) = g(n) \\ 2 ; n = 1 \rightarrow f(1) = (1)^2+1 = 2 \Rightarrow f(1) = g(1) \end{cases}$
 $g(n) = n^2+n$
 $g(1) = (1)^2+1 = 2$

Hashtag

H A S H T A G

هر ۲ تابع برابر است

$$\begin{cases} f(n) + g(n) = n^r + n + 1 \\ f(n) - g(n) = n^r - n + 1 \end{cases}$$

$$2f(n) = 2n^r + 2$$

$$2(f(n)) = 2(n^r + 1)$$

$$\boxed{f(n) = n^r + 1}$$

$$n^r + 1 + g(n) = n^r + n + 1$$

$$\boxed{g(n) = n}$$

$$f^r(n) - g^r(n) = (n^r + 1)^r - n^r$$

$$= n^r + 1 + r n^r - n^r = n^r + n^r + 1$$

$$f(n) = n - \sqrt{n^r - \varepsilon}$$

$$n^r - \varepsilon \geq 0$$

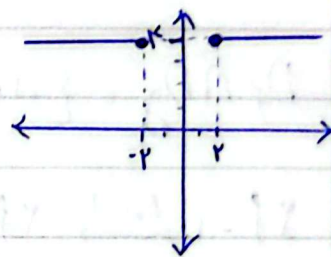
$$g(n) = n + \sqrt{n^r - \varepsilon}$$

$$n^r \geq \varepsilon$$

$$\boxed{\begin{matrix} n \geq r \\ n \leq -r \end{matrix}}$$

$$\rightarrow Dg = Df = (-\infty, -r] \cup [r, +\infty)$$

$$g \times f = (n + \sqrt{n^r - \varepsilon})(n - \sqrt{n^r - \varepsilon}) = n^r - n^r + \varepsilon = \varepsilon$$



$$g(n) = \frac{n-b}{r n^r - r n - a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 9 - 4(-2 \times 1)$$

$$\Delta = 17$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} n = -1 \\ n = \frac{10}{\varepsilon} \end{cases}$$

$$f(n) = \left(\frac{an+r}{n^r - mn + n} \right) \times \frac{r}{r} = \frac{ran + \varepsilon}{r n^r - r mn + rn}$$

$$\Rightarrow r n^r - r m - a = r n^r - r mn + rn$$

$$-rm = -r \quad , \quad -a = rn$$

$$\boxed{m = \frac{r}{r}}$$

$$\boxed{n = -\frac{a}{r}}$$

$$n - b = ran + \varepsilon$$

$$1 = ra$$

$$\boxed{a = \frac{1}{r}}$$

$$-b = \varepsilon$$

$$\boxed{b = -\varepsilon}$$

$$am - bn = \frac{1}{r} \times \frac{r}{r} - \left(-\frac{a}{r} \times -\varepsilon \right) = \frac{r}{\varepsilon} - 10 = \frac{-rv}{r}$$

Hashtag

H A S H T A G

$$f(n) = \frac{bn+r}{an+b}$$

$$an+b \neq 0$$

$$g(n) = c \quad (4)$$

$$n \neq -\frac{b}{a} \rightarrow R - \left\{-\frac{b}{a}\right\} \Rightarrow a = -\frac{b}{n}$$

$$\frac{an+b}{cn+d}$$

$$c \neq 0$$

$$ad - cb \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

ضبط قاعدی تابع هوگرافیک داریم:

$$\frac{b}{n} = \frac{r}{b} = c \rightarrow b^2 = 14$$

$$b = \pm \sqrt{14}$$

$$a = -\frac{b}{n} \begin{cases} b = \sqrt{14} \rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{14}} \\ b = -\sqrt{14} \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{14}} \end{cases}$$

$$c = \frac{r}{b} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{14}}$$

$$\frac{ab}{c} \rightarrow \pm \sqrt{14}$$

$$D_f \cap D_g = \{-1, 2, 4\}$$

(✓)

$$2f-1 \xrightarrow{f(n)=-1} 2f(-1)-1=2$$

$$\boxed{f(-1)=2}$$

$$2f(2)-1=4$$

$$\boxed{f(2)=2}$$

$$2f(4)-1=-2$$

$$\boxed{f(4)=-2}$$

$$-1 \rightarrow \frac{f(g)}{f+g} = \frac{f(-1)}{2-2} = \boxed{2}$$

$$2 \rightarrow \frac{fg}{f+g} = \frac{2 \times 2}{2+2} = \boxed{1}$$

$$4 \rightarrow \frac{fg}{f+g} = \frac{4 \times 4}{-2+4} = \boxed{4}$$

$$\frac{fg}{f+g} = (-1, 2) (2, 2) (4, 1) \xrightarrow{\text{عبارت}} \boxed{\{1, 2, 4\}}$$

$$a = d = -1$$

$$+a - 3b = c \quad (1)$$

$$3a - 2b = 1 \rightarrow -3 - 2b = 1 \rightarrow -2b = 4$$

$$-1 + 4 = c \rightarrow c = 3$$

$$d + c = -1 + 3 = 2$$

Hashtag

$$\boxed{b = -2}$$

