تکلیف شماره 5
کیا رادی

1-

الف) $y = \dfrac{\sin x - 2}{2\cos x + 1}$

$2\cos x + 1 \neq 0$

$2\cos x \neq -1 \to \cos x \neq -\dfrac{1}{2}$

$\mathbb{R} - [k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{9}]$

ب) $y = \dfrac{\sin x + 3}{\cos x - 1} \Rightarrow$

$\cos x - 1 \neq 0 \to \cos x \neq 1$

$\mathbb{R} - \{2k\pi\}$

2-

الف) $y = \dfrac{3\sin x + 1}{\tan x + 1}$

$\tan x + 1 \neq 0$

$\tan x \neq -1 \to [2k\pi - \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{3\pi}{4}]$

$\mathbb{R} - [2k\pi - \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{3\pi}{4}]$

ب) $y = \dfrac{\cos x + 1}{\cot x - 1}$

$\cot x - 1 \neq 0 \to$

$\cot x \neq 1$

$\mathbb{R} - [2k\pi + \frac{5\pi}{4}, 2k\pi + \frac{5\pi}{4}]$

3-

الف) $\sin y = x^2 - 2$

$-1 \leq \sin y \leq 1$

$-1 \leq x^2 - 2 \leq 1 \to \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ x^2 \leq 3 \end{cases} \to 1 \leq x^2 \leq 3 \to 1 \leq x \leq \sqrt{3}$

$[1, \sqrt{3}]$

ب) $y = \arccos(\sqrt{x} - 3)$

$-1 \leq \sqrt{x} - 3 \leq 1 \to 2 \leq \sqrt{x} \leq 4$

$4 \leq x \leq 16$

$[4, 16]$

4-

الف) $\cos y = |x| - 3$

$-1 \leq |x| - 3 \leq 1 \to 2 \leq |x| \leq 4 \to \begin{cases} 2 \leq |x| \to x \geq 2, \; x \leq -2 \\ 4 \geq |x| \to -4 \leq x \leq 4 \end{cases}$

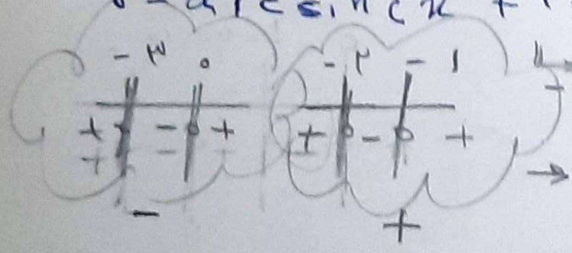
$[-\infty, -2] \cap [2, +\infty) \cap [-4, 4]$

ب) $y = \arcsin(x^2 + 3x + 1)$

$-1 \leq x^2 + 3x + 1 \leq 1 \longrightarrow -2 \leq x(x+3) \leq 0$

$x(x+3) \leq 0 \to 0, -3$

$x^2 + 3x + 2 \geq 0 \to (x+2)(x+1) \to -1, -2$



$[-3, 0] \cap ([-1, +\infty) \cup (-\infty, -2])$

5-

الف) $y=\log_3^{x^2-4}$

$x^2-4>0 \to x^2>4 \to \begin{cases} x<-2 \\ +2>x \end{cases} \to (-\infty,-2)\cup(+2,+\infty)$

ب) $\log_2^{2-|x|}$

$2-|x|>0 \to 2>|x| \to \underbrace{2>|x|>-2}$

$(-2,2)$

6-

الف) $y=\log_{x-3}^{5-x}$

$\begin{cases} 5-x>0 \to 5>x \\ x-3\neq 1 \to x\neq 4 \\ x-3>0 \to x>3 \end{cases}$

$(3,5)-\{4\}$

ب) $y=\log_{x+3}^{x^2-1}$

$\left.\begin{matrix} x^2>1 \to \begin{cases} x<-1 \\ x>1 \end{cases} \\ x\neq -2 \\ x>-3 \end{matrix}\right\} \to (-3,-1)\cup\{1\}-\{-2\}$

7-

الف) $y=\log^{\frac{x^2-4x+3}{x-3}}$

$\frac{x^2-4x+3}{x-3}>0 \to$

$\leftarrow \frac{\cancel{(x-3)}(x-1)}{\cancel{(x-3)}}=x-1$

$x-1>0$

$x>1$

$(1,+\infty)$

ب) $y=\log_{x+5}^{\frac{x+3}{x-2}}$

$\begin{cases} \frac{x+3}{x-2}>0 \to 2\neq x \quad x>-3 \quad x>2 \;\} \cap(-3,2) \\ x+5\neq 1 \to x\neq -4 \\ x+5>0 \to x>-5 \;\} (-5,+\infty) \end{cases}$

$(-3,2)\cap(-5,+\infty)-\{-4\}$

8-

الف) $y=\sqrt{3-\log(x-2)}$

$\begin{cases} x-2>0 \to x>2 \\ 3-\log(x-2)\geq 0 \to 3\geq \log_{10}^{x-2} \to x-2\leq 10^3 \end{cases}$

$\leftarrow x\leq 998$

$(2,998]$

ب) $y=\log(2\log_3^x-1) \to x>0$

$2\log_3^x-1>0 \to \log_3^x>\frac{1}{2} \to \begin{cases} x>\frac{1}{9} \\ x>0 \end{cases} \cap \to (0,\frac{1}{9})$

9-

الف) $y=\frac{3}{4^x+1} \Rightarrow 4^x\neq -1 \to D_f=\mathbb{R}$

ب) $y=\frac{3}{4^x-1} \to 4^x\neq 1 \to x\neq 0 \to D_f=\mathbb{R}-\{0\}$

ج) $y=\frac{3}{4^x-2} \to 4^x\neq 2 \to x\neq \frac{1}{2} \to D_f=\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$

د) $y=\frac{3}{4^x-3} \to 4^x\neq 3 \to x\neq \log_4^3 \to \mathbb{R}-\{\log_4^3\}$

-۱۰

الف) $y=[۴x+۱]$

$۴x+۱ \in W \to x \in \frac{W-۱}{۴}$

$\{x \mid x=\frac{k-۱}{۴}, k\in W\}$

ب) $y=[\frac{۳x-۲}{۲x-۵}]$

$\frac{۳x-۲}{۲x-۵} \in W \to ۳x-۲ = ۲xW-۵W$

$\underbrace{۳x-۲xW = -۵W+۲}$

$\frac{x(۳-۲W)}{۳-۲W} = \frac{-۵W+۲}{۳-۲W}$

$x=\frac{-۵W+۲}{۳-۲W}$

↓

$\{x \mid x=\frac{-۵k+۲}{۳-۲k}, k\in W\}$