سوال ۱:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & ; x\geq a \\ ax-4 & ; x<a \end{cases}$$

$x=a \Rightarrow a^2+2a$

$x=a \Rightarrow a^2-4$

$\Rightarrow a^2+2a=a^2-4$

$a=-2$

سوال ۲:

$f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b}$ , $g(x)=2x+b$ $\Rightarrow$ $f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1}$ , $g(x)=2x-1$

$f(2)=\frac{4+a}{4-b}=2$ $\quad$ $g(2)=4+b=2 \Rightarrow b=-1$

$a=11$

$f(1)=\frac{12}{3}=4$

سوال ۳:

$f(x)=\frac{4x+1}{2x^2+ax+b}$ $\quad$ $D_f=R-\{-1,4\}$ $\Rightarrow$ $f(x)=\frac{4x+1}{2x^2-6x-8}$

$2(x+1)(x-4)=2(x^2-3x-4)=2x^2-6x-8 \longrightarrow a=-6$ , $b=-8$

$f(1)=\frac{a}{-12}$

سوال ۴:

$f(x)=\frac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$ $\quad$ $D_f=R-\{-1\}$ $\quad$ $a+b=-8-4=-12$

$-4(x+1)^2 \Rightarrow -4(x^2+2x+1) \Rightarrow -4x^2-8x-4 \longrightarrow a=-8$ , $b=-4$

سوال ۵:

$f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ $\quad$ $D_f=R-\{1\}$

$x^2+mx+1 \longrightarrow$ ریشه نداشته یا ریشه مضاعف $\Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow m^2-4\leq 0 \Rightarrow m^2\leq 4 \Rightarrow -2\leq m\leq 2$

$m\in[-2,2]$

به ازای $m=-2 \longrightarrow (x-1)^2$ , تابع قابل قبول است.

سوال ۶:

$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}$ $\quad$ $x\neq 0$ , $4-\frac{1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow \frac{1}{x^2}\leq 4$

$\times x^2 \Rightarrow 1\leq 4x^2 \Rightarrow x^2\geq \frac{1}{4} \Rightarrow x\geq \frac{1}{2}$ , $x\leq -\frac{1}{2} \Rightarrow x\in(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},\infty)$

سوال ۷:

$f(x)=\sqrt{mx^2-2mx+1} \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow 4m^2-4m<0 \Rightarrow 4m(m-1)<0$

| | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $+$ | $\phi$ | $-$ | $\phi$ $+$ |

$m\in(0,1)$

## سوال ۸:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{4x^2-1}{2x-1} & ; x\neq a\\ 4x+k & ; x=\frac{1}{2}\end{cases} \qquad g(x)=2x+1 \to D_g=R$$

$$\frac{4x^2-1}{2x-1}=\frac{(2x-1)(2x+1)}{2x-1}$$

$\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$

$\to x\neq\frac{1}{2}, x\neq a \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}}$

شرط برابری $f(x), g(x)$:

$$\frac{(2x-1)(2x+1)}{2x-1}=2x+1=g(x)$$

$$a+k=\frac{1}{2}$$

$$f(a)=g(a) \to f(\tfrac{1}{2})=g(\tfrac{1}{2}) \to 2+k=2 \Rightarrow \boxed{k=0}$$

---

## سوال ۹:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{9x^2-4}{3x+2} & ; x\neq -\frac{2}{3}\\ 3ax+2 & ; x=-\frac{2}{3}\end{cases} \qquad g(x)=3x-b$$

شرط برابری $f(x), g(x)$:

$x\neq -\frac{2}{3}$ $\quad 3x-2=3x-b$

1) $\boxed{b=-2}$

$x=-\frac{2}{3}$

2) $3a(-\frac{2}{3})+2=-4+b$

$-2a+4=b \to -2a+4=-2 \to \boxed{a=3}$

$a-b=3-(-2)=5$

$$\frac{9x^2-4}{3x+2}=\frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2}=3x-2$$

---

## سوال ۱۰:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & ; x\neq 2\\ 2a^2+ax & ; x=2\end{cases} \qquad g(x)=x+2$$

شرط برابری $f(x), g(x)$:

$x=2$ $\quad 2a^2+ax=x+2$

$\hookrightarrow 2a^2+2a=4 \Rightarrow 2a^2+2a-4=0 \to a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$

$\boxed{a=-2, \ a=1}$

$$\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=x+2 \to g(x)$$

نازنین زهرا شفیعی