الناز داد خواه (دهم جبر حها «A»)

۱- الف) $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x-y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=-4 \\ -3x+y=-9 \end{cases} \xrightarrow{-3(x+2y=-4)} \begin{cases} -3x-6y=12 \\ -3x+y=-9 \end{cases}$

$-7y=21 \rightarrow y=-3$ و $x-6=-4 \rightarrow x=2$

$\frac{x}{y}=\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$

ب) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-1 \\ \frac{5}{x}-\frac{7}{y}=-3 \end{cases} \xrightarrow{-5} \begin{cases} -\frac{5}{x}+\frac{5}{y}=+5 \\ \frac{5}{x}-\frac{7}{y}=-3 \end{cases} \rightarrow \frac{-2}{y}=+2 \rightarrow y=-1$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{-1}=\frac{1+x}{x}=-1 \Rightarrow -2x=1 \rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{-\frac{1}{2}}{-1}=\frac{1}{2}$

۲-

$f=\{(1,9)، (2,b)، (-2,1)، (6,-3)، (4,-3)\} \rightarrow 9+1=-2 \rightarrow a=-3$ و $\rightarrow b=4$

$f(-3)+2f(2)=3f(1) \xrightarrow{-2\times 3=-6} -6+2f(2)=0 \rightarrow \boxed{f(2)=3}$

۳-

$f=\{(1,m+3)، (m^2+2,4)، (2,6)، (m+1,6)، (2,-1)، (3,5)، (m^2-3m,-1)\}$

$m^2-3m=-2 \rightarrow m^2-3m+2=0 \rightarrow (m-1)(m-2)=0$

$m=2$ غ ق ق

$m=1$ غ ق ق

اگر $m=2$ باشد پرانتز ۶ می شود $(6,3)$ و تابع نمی شود چون پرانتز $(3,5)$ داریم. و اگر $m=1$ باشد $m+1=2 \leftarrow (6,2)$ و $(4,2)$ هیچ مقداری این زوج های مرتب را تابع نمی کند. غ ق ق است.

۴-

الف) تابع نیست به ازای یک x دو ولد داریم.

ب) هست نمودار سهمی است

ج) تابع نیست به ازای یک x دو ولد داریم.

د) تابع هست $|x|$ است

ه- $y=-\sqrt{x+1}$

جایی از نمودار نیست که یک x دو ولد هر پس تابع است.

رسم شکل (۱ الف)

$y=+\sqrt{x}$ (۱) و $y=-\sqrt{x}$

$x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \Rightarrow x=\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}$ و $x=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2}=\frac{y_2^2}{1-y_2^2}$

$y_1^2(1-y_2^2)=y_2^2(1-y_1^2) \rightarrow y_1^2-y_1^2y_2^2=y_2^2-y_2^2y_1^2 \Rightarrow y_1^2=y_2^2 \rightarrow y_1=y_2$

چرا نمی توانیم $y_1=-y_2$ باشد؟ چون در این صورت دو عبارت مساوی نمی شدند بلکه قرینه می شدند در واقع x ها هم قرینه می شدند.

$x_1=\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}$ $\quad$ $x_2=\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}$

۶- مثال نقض تابع نیست.

الف) $x=4 \rightarrow y=\pm 4 \rightarrow$

ب) $y_1^3+3y_1^2+3y_1+x^2+x=0 \quad , \quad y_2^3+3y_2^2+3y_2+x^2+x=0$

$y_1^3+3y_1^2+3y_1+\cancel{x^2+x}=y_2^3+3y_2^2+3y_2+\cancel{x^2+x}$

$y_1^3-y_2^3+3y_1^2-3y_2^2+3y_1-3y_2=0 \rightarrow y_1^3-y_2^3=(y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)$

$3y_1^2-3y_2^2=3(y_1-y_2)(y_1+y_2) \rightarrow 3y_1-3y_2=3(y_1-y_2)$

$\Rightarrow (y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+3(y_1-y_2)(y_1+y_2)+3(y_1-y_2)=0$

(دو طرف را بر y_1-y_2 تقسیم کنیم)

$\Rightarrow (y_1-y_2)\left[(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+3(y_1+y_2)+3\right]=0$

(همواره مثبت)

$\rightarrow y_1=y_2$ (این صفر بودن تابع است.)

۷- $f(\sqrt{3}-2)=\dfrac{(\sqrt{3}-2)^2+4(\sqrt{3}-2)+5}{(\sqrt{3}-2)^2+4(\sqrt{3}-2)+7}=\dfrac{\cancel{(7-4\sqrt{3})}+4(\sqrt{3}-2)+5}{\cancel{(7-4\sqrt{3})}+4(\sqrt{3}-2)+7}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

$1-\rightarrow 7-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-7$

۸- $-4=3(-1)-a \rightarrow -4=-3-a \rightarrow a=-4+3 \rightarrow a=1$

$-4=(-1)^3+(-1)+b \rightarrow -4=-2+b \rightarrow b=-2$

صعنی: x^3+x-2

خط: $3x-1$

$x^3+x-2=3x-1 \Rightarrow x^3+x-3x-2+1=0 \Rightarrow x^3-2x-1=0$

می دانیم یکی از ریشه ها طول نقطه تقاطع یعنی $x=1$ و $(x+1)$ بخش پذیر است.

$\begin{array}{r|l} x^3-2x-1 & x+1 \\ \hline -x^3-x^2 & x^2-x-1 \\ \hline -x^2-2x-1 & \\ x^2+x & \\ \hline -x-1 & \\ +x+1 & \\ \hline 0 & \end{array}$

$\Rightarrow x^2-x-1=0 \quad \Delta=(-1)^2-4(1)(-1)=1+4=5 \rightarrow \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

مجموع ریشه ها $\rightarrow \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}+\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{1+1}{2}=\dfrac{2}{2}=1$

۹- $a+b=2a=2a-2b+1 \rightarrow a+b=2a \rightarrow b=a$

$2a=a-2a+1 \rightarrow 2a=-a+1 \rightarrow 3a=1 \rightarrow a=\dfrac{1}{3}$

$b=a=\dfrac{1}{3}$

۱۰- $4x^2-ax+c+1-bx^2-3x=0$

$-3x=-ax \rightarrow a=3 \quad , \quad 4x^2=-bx^2 \rightarrow b=-4 \quad c=1$

$a+b+c=3-4+1=-1+1=0$