

۱۴، ۱۲، ۲۱

« بنام خدا »

برای حل تحتی

۱) اگر زوج های مرتب زیر با هم برابر باشند، حاصل $\frac{x}{y}$ ثابت می باشد.

الف) $(9, x+2y), (3x-y, -4)$

$$\begin{cases} 3x-y=9 & 9+y=-6y-12 \rightarrow \\ x+2y=-4 & 7y=-21 \rightarrow y=-3 \end{cases}$$

$x+2y=-4 \rightarrow x=-4+6=2$

$\frac{x}{y} = \frac{-2}{3}$

ب) $(-1, -3), (\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{7}{y})$

$$\begin{cases} \frac{y-x}{xy} = -1 & y-x = -xy \\ 5y-7x = -3 & 5y-7x = -3xy \end{cases}$$

$(y-x) \times 3 = 5y-7x \rightarrow$

$3y-3x = 5y-7x \rightarrow 4x=2y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

۲) تابع $f = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$ ششایی، $f(a) + 2f(2) = 2f(1)$ برقرار است. مقدار b را بیابید.

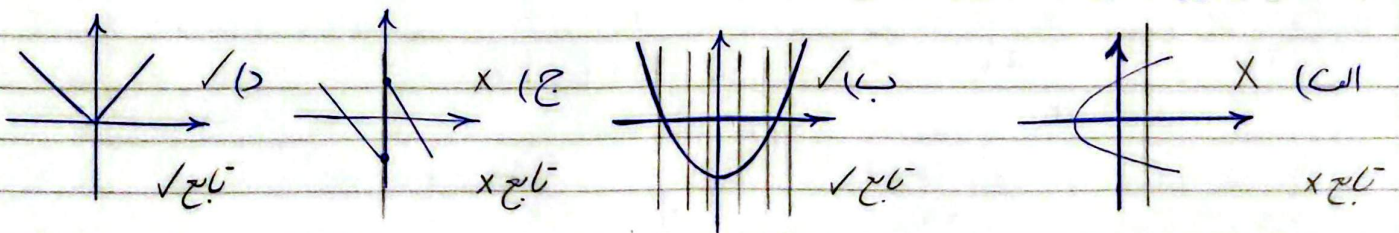
$a+1 = -2 \rightarrow a = -3 / 2a = -4$ $-6 + 2b = -6 \rightarrow 2b = 0 \rightarrow b = 0$

۳) به ازای کدام مقدار m رابطه $\{f(1, m^2-3m), (2, 5), (-1, -2), (m+1, 4), (2, 4), (m^2+2, 4m+1)\}$ نمایش یک تابع است؟ هیچ مقدار m

$m^2-3m = -2 \rightarrow m^2-3m+2 = 0 \rightarrow (m-2)(m-1) = 0 \rightarrow m = 1$ یا 2

if $m=1 \rightarrow m+1=2$ $(2, 4), (2, 4) \times$ / if $m=2 \rightarrow 2+1=3$ $(3, 5), (3, 4) \times$

۴) تابع بودن یا نبودن نمودارهای زیر را بررسی کنید.



۵) تابع بودن روابط زیر را با روش دکخواه بررسی کنید.

الف) $y = -\sqrt{x+1}$ $x_1 = x_2 \rightarrow x_1+1 = x_2+1 \rightarrow -\sqrt{x_1+1} = -\sqrt{x_2+1} \rightarrow y_1 = y_2$

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ if $x=1 \rightarrow y = \sqrt{1-y^2} \rightarrow y^2 = 1-y^2 \rightarrow y^2 = \frac{1}{2} \rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) تابع بودن روابط زیر را بررسی کنید.

تابع x تابع $y = \pm 1$ if $x=1 \rightarrow y = \pm 1$ $|y| = x$ الف

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0 \rightarrow (y+1)^3 + x^3 + x - 1 = 0 \rightarrow y+1 = \sqrt[3]{-x^3 - x + 1} \rightarrow$
 $y = \sqrt[3]{-x^3 - x + 1} - 1$ if $x_1 = x_2 \rightarrow \sqrt[3]{-x_1^3 - x_1 + 1} - 1 = \sqrt[3]{-x_2^3 - x_2 + 1} - 1 \rightarrow y_1 = y_2$

۷) اگر $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 4x + 7}$ باشد، حتماً $f(\sqrt{3}-2)$ را بیابید.

$f(x) = 1 - \frac{2}{x^2 + 4x + 7} \rightarrow f(\sqrt{3}-2) = 1 - \frac{2}{7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 + 7} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

۸) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax + b$ خط به خط $y - 3x + a = 0$ را در نقطه $(-1, -4)$ قطع می کند. مجموع طول های ۲ نقطه تقاطع دیگر این منحنی در خط را بیابید.

$y = 3x - a$
 $-3 - a = -4 \rightarrow a = 1 \rightarrow y = 3x - 1$

$-1 - a + b = -4 \rightarrow -2 + b = -4 \rightarrow b = -2 \rightarrow f(x) = x^3 + x - 2$

$\frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = 1$

$3x - 1 = x^3 + x - 2 \rightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x = -1$ یا $\frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow y_1 = \frac{1+3\sqrt{5}}{2}$ $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+3\sqrt{5}}{2})$ $(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1-3\sqrt{5}}{2})$

۹) اگر تابع $f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a-2b+1)\}$ تابع ثابت باشد a را بیابید.

$a+b = 2a \rightarrow a = b$ $2a = a - 2a + 1 \rightarrow 3a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{3}$

۱۰) اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + 3}$ یک تابع همبندی باشد، حتماً a, b, c را بیابید.

$bx^2 + 3x = 4x^2 - ax + c + 1 \rightarrow b = 4 / a = -3 / c = -1$

$\rightarrow a+b+c = -3+4-1 = 0$

Parisa Gohmashammadi