۱۹٫۵

آنیا شکرچی

①

الف) $(۹, x+۲y)$ و $(۳x-y, -۴)$

۲

$x+۲y=-۴ \rightarrow x=-۴-۲y$

$۳x-y=۹$ $\quad (-۴-۲y)\times ۳-y=۹ \quad -۱۲-۶y-y=۹$

$-۷y=۹+۱۲=۲۱ \rightarrow \boxed{y=-۳}$

$\boxed{x=-۴-۲(-۳)=۲}$ $\quad \frac{x}{y}=\frac{۲}{-۳}$

ب) $(-۱, -۳), \left(\frac{۱}{x}-\frac{۱}{y}, \frac{۵}{x}-\frac{۷}{y}\right)$

$\frac{۱}{x}-\frac{۱}{y}=-۱=\frac{y-x}{xy} \quad -xy=y-x$

$\frac{۵}{x}-\frac{۷}{y}=-۳=\frac{۵y-۷x}{xy} \quad -xy=\frac{۵y-۷x}{۳}$

$\rightarrow \frac{۵y-۷x}{۳}=y-x$

$۵y-۷x=۳y-۳x$

$۲y=۴x$

$y=۲x$

$\frac{۱}{x}-\frac{۱}{۲x}=-۱ \quad \frac{۲-۱}{۲x}=-۱ \quad -۲x=۱ \quad \boxed{x=\frac{-۱}{۲}}$

$\rightarrow \boxed{y=۲\times\frac{-۱}{۲}=-۱} \quad \frac{x}{y}=\frac{۱}{۲}$

---

②

$f=\{(a, ۲a), (۱, a+۱), (۱, -۲), (۲, b)\}$ $\quad a+۱=-۲$, $a=-۳$

۳

$f(a)+۲f(۲)=۳f(۱) \quad ۲a+۲\times b=۳\times(a+۱)$

$-۶+۲b=-۶ \rightarrow b=۰$

۲

③

$f=\{(-۱, m^۲-۳m), (۳, ۵), (-۱, -۲), (m+۱, ۶), (۲, ۴), (m^۲+۲, ۲m+۱)\}$

$m^۲-۳m=-۲ \quad \frac{m}{۲}\left(\frac{m-۳}{-۱}\right)=-۲ \quad \begin{cases} m=۲ \\ m=۱ \end{cases}$

$m+۱\neq ۲$, $m\neq ۱$

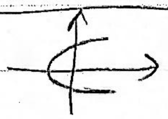
$m+۱\neq ۳$, $m\neq ۲$

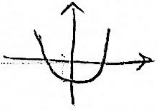
به ازای هیچ مقدار m

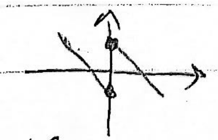
---

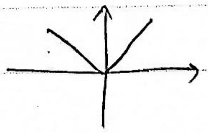
④

۱٫۵

الف)  $x=y^۲$ ✗

ب)  $y=x^۲-۱$ ✓

ج)  ✗

د)  $y=|x|$ ✓

به ازای یک مقدار x، ۲ مقدار برای y دارد

دلیل

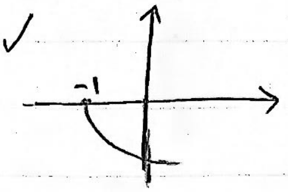
در موارد الف و ج چون خط موازی محور yها نمودار را در بیش از ۱ نقطه قطع می‌کند تابع نیست

در موارد ب و د چون خطوط موازی محور yها نمودار را در حداکثر ۱ نقطه قطع می‌کند تابع است

(۵) - ۳

الف) $y = -\sqrt{x+1} \rightarrow y^{۲} = -x+1$ ✓

-۲ $-\sqrt{۲}$



ب) $x = \dfrac{y}{\sqrt{۱-y^{۲}}}$ ✓

$$x_{۱} = \frac{y_{۱}}{\sqrt{۱-y_{۱}^{۲}}} , \quad x_{۲} = \frac{y_{۲}}{\sqrt{۱-y_{۲}^{۲}}} \xrightarrow{x_{۱}=x_{۲}} \frac{y_{۱}}{\sqrt{۱-y_{۱}^{۲}}} = \frac{y_{۲}}{\sqrt{۱-y_{۲}^{۲}}} \rightarrow y_{۱} = y_{۲}$$

---

(۶) - ۲

الف) $|y| = x$ ✗ تابع نیست

اگر $x = ۲ \longrightarrow y = \pm ۲$

ب) $y^{۳} + ۳y^{۲} + ۳y + x^{۳} - x = ۰$ ✓

$$y_{۱}^{۳} + ۳y_{۱}^{۲} + ۳y_{۱} = y_{۲}^{۳} + ۳y_{۲}^{۲} + ۳y_{۲}$$ ✓

$y^{۳} \oplus y$ ✓

---

(۷) - ۳

$$f(x) = \frac{x^{۲} + ۴x + ۵}{x^{۲} + ۴x + ۷}$$

$$f(\sqrt{۳} - ۲) =$$

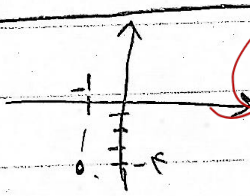
$$\frac{(x+۲)^{۲}+۱}{(x+۲)^{۲}+۳}$$

$$\frac{(\sqrt{۳})^{۲}+۱}{(\sqrt{۳})^{۲}+۳} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$$

---

(۸) - ۲

$f(x) = x^{۳} + ax + b \qquad y - ۳x + a = ۰$



$-۴ = -۳(-۱) + a \rightarrow a = -۷$

$y = x^{۳} - ۷x + b \qquad -۴ = -۱ \overbrace{-۷(-۱)}^{+۷} + b$

$b = -۱۰$

$f(x) = y \rightarrow x^{۳} - ۷x - ۱۰ = -۳x - ۷$

$x^{۳} - ۴x - ۳ = (x+۱)(x^{۲} - x - ۳) = ۰$

$x = -۱$ $\qquad \dfrac{۱ \pm \sqrt{۱۳}}{۲}$

جمع نقاط $= \dfrac{۱+\sqrt{۱۳} + ۱ - \sqrt{۱۳}}{۲} = ۱$

۲ _ ⑨

$a+b=۲a \longrightarrow b=a$

$a-۲b+۱ = a-۲a+۱ = -a+۱ \longrightarrow a=\frac{۱}{۳}$

---

۲ _ (۱۰)

$f(x) = \frac{۴x^۲-ax+c+۱}{bx+۳}$

$x=y=۱ \longrightarrow \frac{۴-a+c+۱}{b+۳}=۱ \longrightarrow ۵-a+c=b+۳$

$\boxed{c-a-b=-۲}$

$x=y=۲ \longrightarrow \frac{۱۶-۲a+c+۱}{۲b+۳}=۲ \longrightarrow ۱۷-۲a+c=۴b+۶$

$\boxed{-۲a+c-۴b=-۱۱}$

$x=y=۳ \longrightarrow \frac{۳۶-۳a+c+۱}{۳b+۳} \longrightarrow ۳۷-۳a+c=۹b+۹$

$\boxed{-۳a+c-۹b=-۲۸}$

$-۲+a+b=-۱۱+۲a+۴b \longrightarrow \boxed{a+۳b=۹}$

$c-۳a-۹b = c-۳(۹-۳b)-۹b = c-۲۷=-۲۸$

$\hookrightarrow a+b=۱$

$a+b+c=۰$

$\longrightarrow \boxed{a=-۳}\ ,\ \boxed{b=۴}\quad \boxed{c=-۱}$