۱)

$x^{2}-ax+b$

$1^{2}-a+b=0 \to 1=a-b \xrightarrow{\times(-3)} -3=-3a+3b$

$9-3a+b=0 \to 9=3a-b \to 9=3a-b$

$+6=2b \to b=3$

$1=a-3 \to a=4$

1		3	
+	−		+

$a+b=3+4=7$

---

۲)

$y=\left(\left(k-2\right)x+m-1\right)\left(x-3n\right)^{2} \to n=-\frac{1}{3}$ ← ریشه مضاعف

$-1-3n=0$

$-1=3n \to n=-\frac{1}{3}$

x		-1		4	
P	+		+		−

$((k-2)4+m-1)$

$4k-8+m-1=0$

$4k+m-9=0$

$m=9-4k$

جایگذاری $\to y=((k-2)x+(9-4k)-1)(x+1)^{2}$

$y=((k-2)x+8-4k)(x+1)^{2}$

$y=(xk-2x+8-4k)(x+1)^{2}$

$(k(x-4)-2(x-4))$

$(x-4)(k-2)$

$\to y=(k-2)(x-4)(x+1)^{2}$

$(x-4)>0,(x+1)^{2}>0 \leftarrow x>4$ در این بازه y منفی است

$k-2<0 \to k<2$

$k=1 \leftarrow$ طبیعی k

$\frac{m}{n}+k \to \frac{9-4k}{-\frac{1}{3}}+k \to -27+12k+k=13k-27 \xrightarrow{k=1} 13-27=-14$

---

۳)

$y=-\frac{1}{2}x^{2}+2x+6>\frac{7}{2}$

$-\frac{1}{2}x^{2}+2x+6>\frac{7}{2} \xrightarrow{\times 2} -x^{2}+4x+12>7 \to -x^{2}+4x+5>0$

-1 ، $-\frac{c}{a}=-\frac{5}{-1}=5$

	−1		5	
−		+		−

$\to (-1,5)$ (a,b)

$b-a \to 5-(-1)=6$

---

۴)

$f(x)=x^{3}-3x^{2}-x+3 \quad x>0$

$(x-1)(x+1)(x-3)$ → 1 ، -1 ، 3

	−1		1		3	
−		+		−		+

$(-\infty,-1)\cup(1,3) \to (1,3)$ (a,b) → $\frac{1+3}{2}=2$ نقطه میانی

نخشه چون $x>0$

$\to f(2)=2^{3}-3(2)^{2}-2+3 \to 8-12-2+3=-3$

---

۵)

$(a-1)x^{2}+(a-1)x+1$

$\Delta<0 \to b^{2}-4ac<0 \to (a-1)^{2}-4(a-1)(1) \to a^{2}+1-2a-4a+4>0 \to a^{2}-6a+5<0$

1 ، $\frac{c}{a}=5$

$a<0 \to a-1<0 \to a<1$

	1		5	
+		−		+

به هیچ مجموعه ای تعلق ندارد.

---

۶)

$\frac{m\left(m^{3}+m\right)}{m-2}>0$ ، $m^{2}=-m \to 0$ ، $m=2$

	0		2	
−		−		+

$\to (2,+\infty)$

---

۷)

$\frac{\left(x^{2}-x-6\right)\left(x-1\right)^{2}}{\left(x^{2}+x+1\right)\left(2-x\right)^{3}}\le 0$

$(x-3)(x+2)$ ، $x=1$ ریشه مضاعف

$x^{2}+x+1$: همواره مثبت، ریشه ندارد.

$x=2$

	−2		1		2		3	
+		−		−		+		−

$[-2,2)\cup[3,+\infty)$

---

۸)

$f(x)=\frac{3x^{2}-2x}{x^{2}+4}=2 \to 3x^{2}-2x=2x^{2}+8 \to x^{2}-2x-8=0 \to \Delta=4-4(1)(-8)=36 \to \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ → $\frac{2+6}{2}=4$ ، $\frac{2-6}{2}=-2$

	−2		4	
+		−		+

در بازه $(-2,4)$ پایین تر از $y=2$

$(a,b) \to b-a \to 4-(-2)=6$

---

۹)

$-1<\frac{3x^{2}-4x}{x+1}<0$

$-1<\frac{3x^{2}-4x}{x+1} \to 0<\frac{3x^{2}-4x}{x+1}+1 \to 0<\frac{3x^{2}-4x+x+1}{x+1} \to 0<\frac{3x^{2}-3x+1}{x+1}$

$\Delta=b^{2}-4ac=9-4(3)(1)=-3 \to$ همواره مثبت

$x+1$: -1

	−1	
−		+

$(-1,+\infty)$

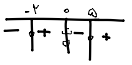
$\frac{3x^{2}-4x}{x+1}<0 \to \Delta=b^{2}-4ac=16-4(3)(0)=16 \to \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ → $\frac{4}{3}$ ، 0 ؛ $x+1 \to -1$

	−1		0		$\frac{4}{3}$	
−		+		−		+

$\to (-\infty,-1)\cup(0,\frac{4}{3})$

$(0,\frac{4}{3})$

$\frac{x^2-10}{x} \leq 3 \rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \leq 0 \rightarrow \frac{x^2-10-3x}{x} \leq 0 \rightarrow \frac{(x+2)(x-5)}{x} \leq 0$



$\rightarrow (-\infty, -2] \cup (0, 5]$

10