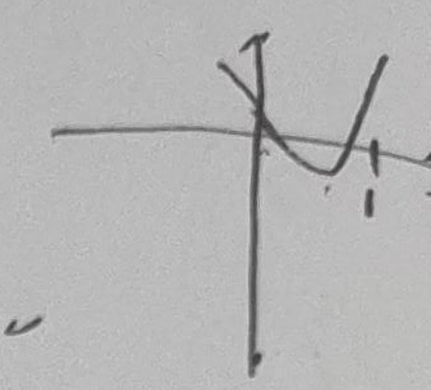
عارفه سعادت نیا

۱) الف)

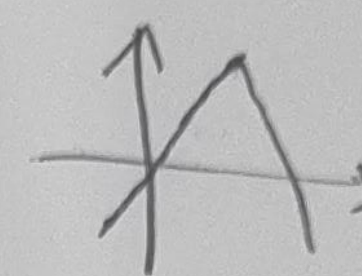
$y = ۳x^۲ - ۲x \quad x_s = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \quad y_s = \frac{۴ac - b^۲}{۴a} = \frac{-۴}{۱۲} = \frac{-۱}{۳}$



و از ناحیه چهارم نمی گذرد

ب)

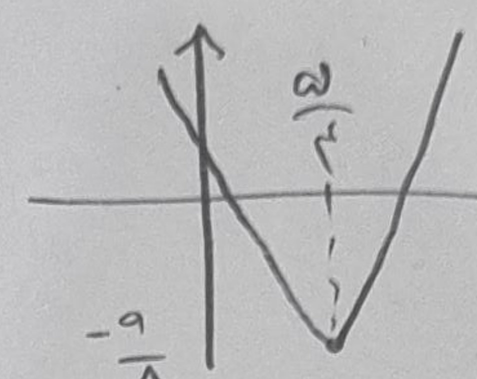
$y = -x^۲ + ۴x \quad x_s = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \quad y_s = -۴ + ۸ = ۴$



→ از ناحیه دوم نمی گذرد

۲) الف)

$y = ۲x^۲ - ۵x + ۲ \quad x_s = \frac{۵}{۴} \quad y_s = \frac{۱۶ - ۲۵}{۸} = \frac{-۹}{۸}$



از ناحیه ا،۲،۴ می گذرد

ب)

$y = -x^۲ + ۴x - ۱ \quad x_s = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \quad y_s = -۴ + ۸ - ۱ = ۳$

از ناحیه ا،۳،۴،۲ می گذرد

۳) الف، $\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{\sqrt{۱+۱۲}}{۱}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$

ب، $s^۲ - ۲p = (-\frac{b}{a})^۲ - ۲(\frac{c}{a}) = (\frac{۱}{۱})^۲ - ۲(\frac{-۳}{۱}) = ۷$

ج، $\alpha^۳ + \beta^۳ = s^۳ - ۳sp = (\frac{۱}{۱})^۳ - ۳(۱)(-۳) = ۱۰$

د، $\alpha^۳ - \beta^۳ = (\alpha - \beta)(\alpha^۲ + \beta^۲ + \alpha\beta) = (\sqrt{۱۳})(۷-۳) = ۴\sqrt{۱۳}$

۴)

$x = ۲ \quad \Delta = ۰ \quad \Delta < ۰ \to a^۲ - ۴a < ۰ \to a(a-۴) < ۰ \to ۰ < a < ۴$

$۲^۲ - ۲a + a = ۰ \to a = ۴ \to a \in [۰, ۴]$

۵)

$\alpha + \beta = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \quad \alpha + \beta = \frac{-x}{۳}$

$\beta = ۴ - \alpha$

$۲\alpha^۲ + (۴ - \alpha)^۲ - ۴\alpha - ۷ = ۰$

$۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha + ۹ = ۰ \quad a^۲ - ۱۲a + ۲۷ = ۰ \quad (\alpha - \frac{۳}{۳})(\alpha - \frac{۹}{۹}) = ۰$

$\alpha \cdot \beta = ۳ \to a = -۹ \to -\frac{۹}{۳} = -۳$

$\frac{۳}{۳} = ۱ , \frac{۹}{۳} = ۳$

① $\beta = ۳$ ② $\beta = ۱$

۶)

$a-۲ \geq ۱ \rightarrow a \geq ۳$

$۷-۲a \geq ۱ \rightarrow a \leq ۳ \rightarrow a=۳$

$b = \frac{(۲a+۳)+(۷-۲a)}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵ \rightarrow S(۵,۳)$

$A \rightarrow (۹,۱)$
$B \rightarrow (۱,۱)$

$y = a(x-۵)^۲+۳ \xrightarrow{(۹,۱)} ۱ = a(۹-۵)^۲+۳ \rightarrow ۱ = ۱۶a+۳ \rightarrow a = \frac{-۱}{۸} \rightarrow y = -\frac{۱}{۸}(x-۵)^۲+۳$

$x=۰ \rightarrow y = -\frac{۱}{۸}(۰-۵)^۲+۳ \rightarrow y = -\frac{۲۵}{۸} + \frac{۲۴}{۸} \rightarrow y = \frac{-۱}{۸}$ ؛ نقطه برخورد: $(۰, -\frac{۱}{۸})$

$d = \sqrt{۰^۲ + (-\frac{۱}{۸})^۲} = d = \frac{۱}{۸}$

۷)

$\alpha+\beta=۱ \quad \beta = ۱-\alpha \quad ۴۰(-\alpha)^۲ + ۲\alpha^۲ - ۲۰(۱-\alpha) = ۱۷$

$۴۰\alpha^۲ - ۴۰\alpha + ۳ = ۰ \rightarrow S=۱,\ P = \frac{۱}{۲} \quad |\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{\frac{۴}{۵}}}{۱} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$

$\alpha^۲ - \alpha + \frac{۱}{۲۵} = ۰$

۸)

$(\frac{۳}{۴}) = k(۰-۳)^۲ - \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۳}{۲} = ۹k - \frac{۱}{۲} \rightarrow k = \frac{۲}{۹} \rightarrow y = \frac{۲}{۹}(x-۳)^۲ - \frac{۱}{۲}$

$\beta = \frac{۲}{۹}(۱-۳)^۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱۷}{۱۸}$

۹)

$x^۲ + ۶x + a = ۰ \rightarrow \begin{cases} \alpha = -۳ + \sqrt{۹-a} \rightarrow \alpha^۲ = ۱۸ - a - ۶\sqrt{۹-a} \\ \beta = -۳ - \sqrt{۹-a} \rightarrow \beta^۲ = ۱۸ - a + ۶\sqrt{۹-a} \end{cases}$

$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۹ \rightarrow -۵x - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \rightarrow ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۵ + ۶\sqrt{۸}$

$۹۰ - ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$
$۵ - ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲}$ $\Big\}$ $۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} \rightarrow \sqrt{۹-a} = ۲\sqrt{۲}$

$۹-a = ۸ \rightarrow a = ۱$

۱۰)

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = ۵\sqrt{\alpha\beta} \quad S + ۲\sqrt{P} = ۲۵P$

$S = \frac{۲۶}{۳۶}$ ؛ $\frac{۱}{۳} = \frac{۱۳}{۳۶}$ $\quad \frac{m+۱۴}{۳۶} = \frac{۱۳}{۳۶} \rightarrow m = -۱ \rightarrow mx^۲ + ۳x + ۲$

$-x^۲ + ۳x + ۲ \rightarrow P = \frac{۲}{-۱} = -۲$