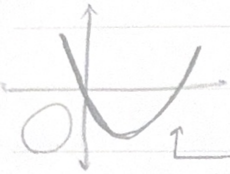
مریم محمدی زاده / دهم ۸ ~~۲۰~~ تکلیف شماره ۲۵ / /

① ۳

الف) $y = x(3x-2)$ → از ناحیه سوم نمی‌گذرد

$c=0$ → از مبدا می‌گذرد

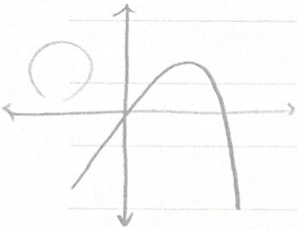


$S = -\frac{b}{a} > 0$

$a > 0$

ب) $y = -x^2 + 4x$ ⇒ از ناحیه دوم نمی‌گذرد

$c=0$ → از مبدا ⇒



$S = \frac{-b}{a} > 0$

$a < 0$

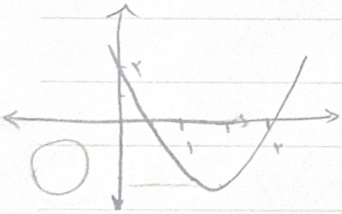
② ۳

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$ ریشه‌ها $\frac{1}{2}$ ، ۲

$\Delta > 0$, $a > 0$, $\overset{S}{\frac{-b}{a}} > 0$

$\frac{-b}{2a} > 0$ $\frac{-\Delta}{4a} < 0$

از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد. ✓

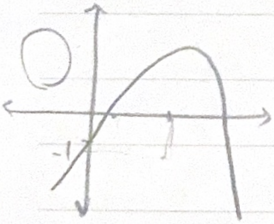


ب) $y = -x^2 + 4x - 1 \Rightarrow x_1, x_2 = 2 \pm \sqrt{3}$

$a < 0$, $S = -\frac{b}{a} > 0$, $\frac{-b}{2a} > 0$

$\frac{-\Delta}{4a} > 0$

از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می‌گذرد. ✓



③ ۳

$x^2 - x - 3 = 0$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^۲+\beta^۲ = S^۲-۲P = ۱-(-۶) = \boxed{۷}$

ج) $\alpha^۳+\beta^۳ = S^۳-۳SP = ۱-۳(-۳) = \boxed{۱۰}$

د) $\alpha^۳-\beta^۳ = (\alpha-\beta)(\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta) = (\sqrt{۱۳})(۷-۳) = \boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

④ $y=(x-۲)(x^۲-ax+a)$ ۲

$x=۲$

$\begin{array}{c|c|c} + & - & + \end{array}$ ۰ ۴

۲ جواب دارد ⇐ ① $\Delta<۰ \Rightarrow a^۲-۴a<۰$ ۳ = بازه $(۰,۴)$

یا ② ⇐ ریشه ۲ باشد (مضاعف) $= ۴-۲a+a=۰ \Rightarrow a=۴$

$① \cup ② = \boxed{a\in(۰,۴]}$

⑤ $۳x^۲-۱۲x+a=۰$ ۳

$۲\alpha^۲+\beta^۲-۴\alpha=۷$

$\alpha+\beta=۴ \Rightarrow \beta=۴-\alpha$

$۲\alpha^۲+(۴-\alpha)^۲-۴\alpha=۷ \Rightarrow ۳\alpha^۲-۱۲\alpha+۹=۰ \Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha+۳=۰$ $\left[\begin{array}{l}\alpha=۱\\ \text{یا } \alpha=۳\end{array}\right.$

$(\alpha-۱)(\alpha-۳)=۰$

$\alpha\beta=۳ \Rightarrow a=-۹$

$=\frac{c}{a}$

ریشه‌ها: ۱ و ۳ یا $\alpha=۱ , \beta=۳$:

در نتیجه مقدار a ، ۳- برابر ریشه بزرگتر (۳) است.

⑥ چون $y_A=y_B$ ⇐ محور تقارن وسط x هاست

$h=\frac{(۲a+۳)+(۷-۲a)}{۲}=\boxed{۵}$ ۵

$\Rightarrow b=۵$

رأس کمینه $=(۵,۳)$

در قسمت مثبت اند ⇐ $۷-۲a>۰$, $a-۲>۰$ } اشتراک $\Rightarrow \boxed{a=۳}$

$a\leq۳$ $\quad$ $a\geq۳$

/ /

$A(9,1) \Rightarrow y = p(x-5)^2 + 3$

$1 = p(9-5)^2 + 3 \Rightarrow 16p + 3 = 1 \Rightarrow p = -\frac{1}{8}$

$y_0 = p(0-5)^2 + 3 = -\frac{25}{8} + \frac{24}{8} = -\frac{1}{8}$ $x = 0 \Leftarrow$ برخورد با محور y

عرض از مبدا $b \Rightarrow |y_0| = \left|-\frac{1}{8}\right| = \boxed{\frac{1}{8}}$

⑦ ✓

با توجه به معادله‌ی $\alpha + \beta = 1 \leftarrow \alpha = 1 - \beta$

$40\beta^2 + 20(1-\beta)^2 - 20\beta = 17$

$40\beta^2 + 20 + 20\beta^2 - 40\beta - 20\beta = 17 \Rightarrow 60\beta^2 - 60\beta + 3 = 0 \xRightarrow{\text{تقسیم بر ۳}} 20\beta^2 - 20\beta + 1 = 0$

$\Rightarrow \beta = \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \alpha = \frac{5 \mp 2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \alpha\beta = \frac{(5-2\sqrt{5})(5+2\sqrt{5})}{100} = \frac{1}{20}$

اختلاف ریشه‌ها $= (\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = 1 - \frac{4}{20} = \frac{4}{5}$ $\boxed{\Rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$

⑧ ✓

$x_v =$ خط تقارن $=$ بین ۲x $= \frac{1-5}{2} = -2 \Rightarrow x_v = -2$

$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = 4a - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$x = 0$
$y = \frac{3}{2}$

$x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(1+2)^2 - \frac{1}{2} = \frac{9-1}{2} = \boxed{4 = \beta}$

$\Rightarrow S=\frac{-b}{a}$

$\alpha+\beta=-۶ \rightarrow$ با توجه به معادله $d=\beta-\alpha$ $:\alpha<\beta<۰$ ⑨

۳

$۲\beta=d-۶ \Rightarrow \beta=\frac{d-۶}{۲}$, $۲\alpha=-۶-d \Rightarrow \alpha=\frac{-۶-d}{۲}$

$$۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۳\frac{(d+۶)^۲}{۴}+۲\frac{(d-۶)^۲}{۴}=\frac{۵d^۲+۱۲d+۱۸۰}{۴}=$$

$$\frac{۵}{۴}d^۲+۳d+۴۵=\xrightarrow{\quad}=۸۵+۱۲\sqrt{۲} \Rightarrow$$

با توجه به فرض ۹ $\hookrightarrow (\sqrt{۴۵}+۴\sqrt{۲})^۲$

$$۵d^۲+۱۲d-(۱۶۰+۴۸\sqrt{۲})=۰$$

$$\Rightarrow ۵(d+\frac{۶}{۵})^۲=۱۶۰+۴۸\sqrt{۲}+\frac{۳۶}{۵} \Rightarrow (d+\frac{۶}{۵})^۲=\underbrace{\frac{۸۳۶}{۲۵}+\frac{۴۸}{۵}\sqrt{۲}}_{(۴\sqrt{۲}+\frac{۶}{۵})^۲}$$

$$d=۴\sqrt{۲} \Rightarrow \alpha=\frac{-۶-۴\sqrt{۲}}{۲}=-(۳+۲\sqrt{۲})$$

$$\beta=-۳+۲\sqrt{۲}$$

$$\hookrightarrow a=\alpha\beta=\frac{c}{۱}=(-۳-۲\sqrt{۲})(-۳+۲\sqrt{۲})=۹-۸=\boxed{۱}$$

(با توجه به فرض)

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=۵$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۳۶} \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{\alpha\beta}}=۶$ ⑩

۳

$$(\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}})^۲=(\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta})+۱۲=۲۵ \Rightarrow \frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=۱۳=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$۱۳=\frac{\alpha+\beta}{\frac{۱}{۳۶}} \Rightarrow \alpha+\beta=\frac{۱۳}{۳۶}=\frac{-b}{a}=\frac{m+۱۴}{۳۶} \Rightarrow m=-۱$$

$m=-۱$

$$mx^۲+۳x+۲=۰ \Rightarrow -x^۲+۳x+۲=۰ \Rightarrow \frac{c}{a}=P=\alpha\beta=\boxed{-۲}$$