عسل رمضانی   دهم دختران A   تکلیف ۲۵

۱

الف) $y=3x^2-2x=x(3x-2) \longrightarrow$ ریشه ها $=0\,,\ \frac{2}{3} \rightarrow$ از ناحیه ۳ نمی گذرد

$ext \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a}=\frac{1}{3} \\ \frac{-b^2}{4a}=\frac{-1}{3} \end{array} \right.$ در ناحیه ۴ $\longrightarrow a>0 \Rightarrow min$ دارای

ب) $y=-x^2+4x=x(4-x) \longrightarrow$ ریشه ها $=0\,,\,4$ از ناحیه ۲ نمی گذرد

$ext \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a}=2 \\ \frac{-b^2}{4a}=4 \end{array} \right.$ در ناحیه ۱ $\longrightarrow a<0 \Rightarrow max$ دارای

۲

الف) $y=2x^2-5x+2=(2x-1)(x-2) \longrightarrow$ ریشه ها $=2\,,\ \frac{1}{2}$ از ناحیه ۳ نمی گذرد

$ext \left| \begin{array}{l} \frac{5}{4} \\ \frac{-9}{8} \end{array} \right. \rightarrow$ در ناحیه ۴ $\quad a>0 \Rightarrow min$ دارای

ب) $y=-x^2+4x-1 \longrightarrow$ ریشه ها $2-\sqrt{3}>0\,,\ 2+\sqrt{3}>0$ از ناحیه ۲ نمی گذرد

$ext \left| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right. \rightarrow$ در ناحیه ۱ $\quad a<0 \Rightarrow max$ دارای

۳

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} \rightarrow a>0 \Rightarrow \frac{-b}{\sqrt{\Delta}}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=1+6=7$

ج) $\alpha^3\beta^3=S^3-3SP=1+6=7$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\times(S^2-2P+P)=\frac{\sqrt{13}}{1}\times 4=4\sqrt{13}$

۴

$y=(x-2)(x^2-ax+a) \longrightarrow$ یک ریشه دارد $=2$

$\Rightarrow x^2-ax+a=0 \xrightarrow{x=2} a=4$ یا $\Delta<0 \Rightarrow a^2-4a<0 \rightarrow a(a-4)<0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 4 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$\Rightarrow a=(0,4]$

۵

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \Rightarrow (\alpha^2+\beta^2)+\alpha^2-4\alpha-7=0 \Rightarrow S^2-2P+\alpha^2-4\alpha-7=0 \Rightarrow 16+\frac{2a}{3}+\alpha^2-4\alpha-7=0$

$3x^2-12x-a=0 \xrightarrow{x=\alpha} a=-12\alpha+3\alpha^2 \rightarrow \frac{2a}{3}=-8\alpha+2\alpha^2 \rightarrow 9+4\alpha^2-12\alpha=0 \Rightarrow (2\alpha-3)^2=0 \Rightarrow \alpha=\frac{3}{2}$

$\alpha+\beta=4 \Rightarrow \beta=\frac{5}{2} \Rightarrow \beta>\alpha$

$a=\frac{27}{4}-18=-\frac{45}{4}$

$\Rightarrow \frac{a}{\beta}=\frac{-\frac{45}{4}}{\frac{5}{2}}=\boxed{\frac{-9}{2}}$

$y_A = y_B \Rightarrow \frac{x_A + x_B}{۲} = x_S \Rightarrow \frac{۲a+۳+۷-۲a}{۲} = b \Rightarrow b=۵ \, , \, y_S = b-۲ = ۳$

$y = ax^۲+bx+c$

$S \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{۲a} = ۵ \Rightarrow b = -۱۰a \\ \frac{-\Delta}{۴a} = ۳ \Rightarrow -b^۲+۴ac = ۱۲a \Rightarrow -۱۰۰a^۲+۴ac = ۱۲a \Rightarrow -۲۵a+c = ۳ \Rightarrow c = +۲۵a+۳ \end{array} \right.$ ۶

$S=(۵,۳) \Rightarrow ۳ = ۲۵a+۵b+c \Rightarrow ۳ = ۲۵a-۵۰a+۲۵a+۳ \Rightarrow ۰=۰$ ☺ $\cancel{\Rightarrow ۲۵a = ۶ \Rightarrow a = \frac{-۳}{۲۵}}$

$\Rightarrow \cancel{b = -۱۰a = \frac{۶}{۵}} \, , \, \cancel{c = +۲۵a+۳ = ۰}$

~~فاصله نقطه برخورد تا محور تقارن صفر است~~

$S = \frac{-b}{۲a} = \frac{a}{a} = ۱ = \alpha+\beta \quad ۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta = ۱۷ \rightarrow ۲۰(\beta^۲+\alpha^۲)+۲۰\beta^۲-۲۰\beta = ۱۷$

$P = \frac{c}{a} = \frac{-b}{a} = \alpha \cdot \beta \quad \Rightarrow ۲۰(S^۲-۲P)+۲۰\beta^۲-۲۰\beta = ۱۷ \Rightarrow ۲۰+\frac{۴۰b}{a}+۲۰\beta^۲-۲۰\beta = ۱۷$

$ax^۲-ax-b=۰ \xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ = \frac{a\beta+b}{a} = \beta+\frac{b}{a} \rightarrow ۲۰+\frac{۴۰b}{a}+۲۰\beta+\frac{۲۰b}{a}-۲۰\beta = ۱۷$ ۷

$\Rightarrow \frac{۶۰b}{a} = -۳ \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-۱}{۲۰}$

$ax^۲-ax-b=۰ \Rightarrow x^۲-x-\frac{b}{a}=۰ \Rightarrow x^۲-x+\frac{۱}{۲۰}=۰ \Rightarrow |\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \cancel{\frac{\sqrt{-b^۲+۴ac}}{۴a}}$

$= \frac{\sqrt{\frac{۴}{۵}}}{۱} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

$y = ax^۲+bx+c \Rightarrow y = ax^۲+bx+\frac{۳}{۲}$

$ext \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{۲a} = \text{میانگین طول ۲ نقطه با y یکسان} = \frac{-۵+۱}{۲} = -۲ \Rightarrow b = ۴a \\ \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-b^۲+۴ac}{۴a} = \frac{-۱۶a^۲+۶a}{۴a} = \frac{-۸a+۳}{۲} = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow -۸a+۳ = -۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow b = ۲ \end{array} \right.$ ۸

$y = \frac{۱}{۲}x^۲+۲x+\frac{۳}{۲} \rightarrow \beta = \frac{۱}{۲}\times ۱+۲+\frac{۳}{۲} = \boxed{\cancel{۴}}\ ۴$

$\alpha = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-۶-\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} = -۳-\sqrt{۹-a} \Rightarrow \alpha^۲ = ۹+۹-a+۶\sqrt{۹-a}$

$۲(\beta^۲+\alpha^۲)+\alpha^۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \Rightarrow ۲(۳۶-۲a)+۱۸-a+۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵$ ۹

$\Rightarrow ۵a = ۷۲+۱۸-۸۵ \Rightarrow a=۱ \, , \, ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} \Rightarrow a=۱$ ✓

ریشه ها $= \alpha, \beta \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}\right)^۲ = (۵)^۲ \Rightarrow \frac{\alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = ۲۵ \Rightarrow \frac{m+۱۴+۲\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}}{\frac{۱}{۳۶}} = ۲۵$

$m+۱۴+\frac{۲}{۶} = \frac{۲۵}{۳۶} \Rightarrow m+۱۴ = \frac{۱۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۴} \Rightarrow m = \frac{۱}{۱۴}-۱۴$ ۱۰