عسل رمضانی دهم دختران A — تکلیف ۲۵ — ۱۵٫۵

۱	الف) $y=3x^2-2x = x(3x-2)$ → ریشه ها $=0, \frac{2}{3}$ → از ناحیه ۳ نمی گذرد ext $\frac{-b}{2a}=\frac{1}{3}$ ، $\frac{-b^2}{4a}=\frac{-1}{3}$ در ناحیه ۴ → $a>0 \Rightarrow$ دارای min ب) $y=-x^2+4x = x(4-x)$ → ریشه ها $=0, 4$ → دارای max $\Leftarrow a<0$ ext $\frac{-b}{2a}=2$ ، $\frac{-b^2}{4a}=4$ در ناحیه ۱ — از ناحیه ۲ نمی گذرد
۲	الف) $y=2x^2-5x+2=(2x-1)(x-2)$ → ریشه ها $=2, \frac{1}{2}$ — از ناحیه ۳ نمی گذرد ext $\frac{5}{4}$ ، $\frac{-9}{8}$ → در ناحیه ۴ → $a>0 \Rightarrow$ دارای min ب) $y=-x^2+4x-1$ → ریشه ها $2-\sqrt{3}>0$ ، $2+\sqrt{3}>0$ — از ناحیه ۲ نمی گذرد ext ۲ ، ۳ → در ناحیه ۱ → $a<0 \Rightarrow$ دارای max
۳	الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}} \to a>0 \Rightarrow \frac{-b}{\sqrt{\Delta}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$ ب) $\alpha^2+\beta^2 = S^2-2P = 1+6 = 7$ ج) $\alpha^3+\beta^3 = S^3-3SP = 1+6 = 7$ د) $\alpha^3-\beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) = \frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}\times(S^2-2P+P) = \frac{\sqrt{13}}{1}\times 4 = 4\sqrt{13}$
۴	$y=(x-2)(x^2-ax+a)$ → یک ریشه دارد $=2$ $\Rightarrow x^2-ax+a=0 \to a=4$ ($x=2$) یا $\Delta<0 \Rightarrow a^2-4a<0 \to a(a-4)<0$ ، + ۰ − ۴ + $\Rightarrow a=(0,4]$
۵	$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \Rightarrow (\alpha^2+\beta^2)+\alpha^2-4\alpha-7=0 \Rightarrow S^2-2P+\alpha^2-4\alpha-7=0 \Rightarrow 16+\frac{2a}{3}+\alpha^2-4\alpha-7=0$ $3x^2-12x-a=0 \to a=-12\alpha+3\alpha^2 \to \frac{2a}{3}=-8\alpha+2\alpha^2 \to 9+4\alpha^2-12\alpha=0 \Rightarrow (2\alpha-3)^2=0 \Rightarrow \alpha=\frac{3}{2}$ ($x=\alpha$) $\alpha+\beta=4 \Rightarrow \beta=\frac{5}{2} \Rightarrow \beta>\alpha$ $a=\frac{27}{4}-18=-\frac{45}{4}$ $\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-\frac{45}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{-9}{2}$ $\alpha+\beta=\frac{+12}{3}=4 \to \beta=4-\alpha$ $2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \to 2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha=7$ $3\alpha^2-12\alpha+9=0$ $\alpha=1$ ، $\alpha=3 \to a=-9$ ، $\frac{a}{a_{max}}=\frac{-9}{3}=-3$ ۰

$y_A=y_B \Rightarrow \frac{x_A+x_B}{2}=x_S \Rightarrow \frac{2a+3+7-2a}{2}=b \Rightarrow b=5,\ y_S=b-2=3$

$7-2a>0,\ 2a+3>0,\ a-2>0 \to a=3$ طبق صورت هستند BoA

$y=ax^2+bx+c$

$S\ \begin{cases} \frac{-b}{2a}=5 \Rightarrow b=-10a \\ \frac{-\Delta}{4a}=3 \Rightarrow -b^2+4ac=12a \Rightarrow -100a^2+4ac=12a \Rightarrow -25a+c=3 \Rightarrow c=+25a+3 \end{cases}$

$(y-3)=a(x-5)^2 \xrightarrow{a=-?} (1-3)=a(1-5)^2 \quad a=\frac{-1}{8}$ (0.5)

$S=(5,3) \Rightarrow 3=25a+5b+c \Rightarrow 3=25a-50a+25a+3 \Rightarrow 0=0$ ☺

$(y-3)=\frac{-1}{8}(0-5)^2$

~~$\Rightarrow b=-10a \quad \frac{6}{5}+6=+25a+3=0$~~ ~~$a=\frac{-3}{25}$~~

$y=\frac{-1}{8}$

~~فاصله نقطه بر خود تا محور مختصات صفر است~~

فاصله $\frac{1}{8}$ 6

$S=\frac{-b}{2a}=\frac{a}{a}=1=\alpha+\beta \quad 20\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17 \to 20(\beta^2+\alpha^2)+20\beta^2-20\beta=17$

$P=\frac{c}{a}=\frac{-b}{a}=\alpha\cdot\beta \quad \Rightarrow 20(S^2-2P)+20\beta^2-20\beta=17 \Rightarrow 20+\frac{40b}{a}+20\beta^2-20\beta=17$

$ax^2-ax-b=0 \to \beta^2=\frac{a\beta+b}{a}=\beta+\frac{b}{a} \to 20+\frac{40b}{a}+20\beta+\frac{20b}{a}-20\beta=17$

$x=\beta$

$\Rightarrow \frac{60b}{a}=-3 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{-1}{20}$

$ax^2-ax-b=0 \Rightarrow x^2-x-\frac{b}{a}=0 \Rightarrow x^2-x+\frac{1}{20}=0 \to |\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=$ ~~$\frac{-b^2+4ac}{4a}$~~

$=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (3) 7

$y=ax^2+bx+c \Rightarrow y=ax^2+bx+\frac{3}{2}$

ext $\begin{cases} \frac{-b}{2a}= \text{میانگین طول دو نقطه با } y \text{ یکسان} =\frac{-5+1}{2}=-2 \Rightarrow b=4a \\ \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-16a^2+6a}{4a}=\frac{-8a+3}{2}=\frac{-1}{2} \Rightarrow -8a+3=-1 \Rightarrow a=\frac{1}{2} \Rightarrow b=2 \end{cases}$ (3) 8

$y=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2} \to \beta=\frac{1}{2}\times1+2+\frac{3}{2}=4$

$\alpha=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-6-\sqrt{36-4a}}{2}=-3-\sqrt{9-a} \Rightarrow \alpha^2=9+9-a+6\sqrt{9-a}$ (3)

$2(\beta^2+\alpha^2)+\alpha^2=12\sqrt{2}+85 \Rightarrow 2(36-2a)+18-a+6\sqrt{9-a}=12\sqrt{2}+85$ 9

$\Rightarrow 5a=72+18-85 \Rightarrow a=1,\ 6\sqrt{9-a}=12\sqrt{2} \Rightarrow a=1$

ریشه ها $=\alpha,\beta \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}=5 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}\right)^2=(5)^2 \Rightarrow \frac{\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}=25 \Rightarrow \frac{m+14+2\sqrt{\frac{1}{36}}}{\frac{1}{36}}=25$

~~$m+14+\frac{2}{6}=\frac{25}{36} \Rightarrow m+14=\frac{1}{36}-\frac{1}{12} \to m=\frac{1}{12}-14$~~ (1) 10

$m+14+2(6)=25$

$m=-1$

ضرب $P=\frac{c}{a}=\frac{2}{-1}=-2$