

① فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد که از راس نقطه $(3, 1)$ بگذرد. معادله سهمی را بیابید.

$$y = a(x+1)^2 + 9 \rightarrow 1 = a(3+1)^2 + 9 \rightarrow 1 = 16a + 9$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 9 \rightarrow -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{17}{4}$$

② معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای ۲ ریشه حقیقی است. معادله m را بیابید.

$$\Delta \geq 0$$

$$m^2 - 4(m+6) \geq 0$$

$$m^2 - 4m - 24 \geq 0 \rightarrow (m-12)(m+4) \geq 0$$

$$-\frac{m}{2} \geq 0 \Rightarrow m \leq 0$$

$$0 \leq m \leq 4$$

$$\frac{m+6}{2} \geq 0 \Rightarrow m \geq -6$$

$$\therefore -6 \leq m \leq 4$$

③ معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه ها با عکس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد. مقدار m را بیابید.

$$\text{مجموع} = \frac{1-2m}{3} \quad / \quad \text{ضرب} = \frac{2-m}{3} \quad / \quad \text{عکس ضرب} = \frac{1}{2-m}$$

$$\frac{1-2m}{3} = \frac{1}{2-m} \rightarrow (1-2m)(2-m) = 3$$

$$2m^2 - 5m - 1 = 0 \rightarrow m = \frac{5 \pm 9}{4} \rightarrow m = \frac{14}{4} \text{ یا } m = -1$$

(4) فرض کنید u_1 و u_2 ریشه های معادله $x^3 - 5x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند. معادله ای بنویسید که ریشه های آن

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 5x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow S = 1 \\
 & \rightarrow P = -4 \\
 & u_1^3 + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} = 0 \quad \text{و} \quad u_2^3 + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_1} = 0 \\
 & u_1^3 = 5u_1^2 + 3u_1 - 1 \\
 & u_2^3 = 5u_2^2 + 3u_2 - 1 \\
 & \frac{1}{u_1} = \frac{u_1 - 1}{u_1^2} \\
 & S' = \frac{\Delta}{F} \\
 & P' = -\frac{15P}{F} \\
 & u_1^3 - \frac{51}{F} u_1 - \frac{15P}{F} = 0 \xrightarrow{\times F} F u_1^3 - 51u_1 - 15P = 0
 \end{aligned}$$

(5) فرض کنید u_1 و u_2 جواب معادله های $(\sqrt[3]{u^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{u^3}} + 1)(\sqrt[3]{u^3} - 1) = 0$ باشند

$$\begin{aligned}
 & t = \sqrt[3]{u} \rightarrow t^3 + t^2 - 2t = 0 \\
 & t(t^2 + t - 2) = 0 \\
 & t = 0, 1, -2 \\
 & u = 0, 1, -8 \\
 & u_1 + u_2 = -1
 \end{aligned}$$

(6) به ازای دو مقدار a و b یک ریشه معادله $3x^3 - ax + b = 0$ برابر ریشه دیگری است با اختلاف $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}
 & 3x^3 - ax + b = 0 \\
 & u_1 = r, \quad u_2 = \frac{1}{3r} \\
 & u_1 \times u_2 = \frac{b}{3} \quad / \quad 3r \times \frac{1}{3r} = \frac{b}{3} \Rightarrow r = \pm 1 \\
 & u_1 + u_2 = \frac{a}{3} \\
 & r + \frac{1}{3r} = \frac{a}{3} \rightarrow a = 1 \text{ یا } -1 \\
 & a = -1 \quad (a = 1 \rightarrow 1 - (-1) = 2)
 \end{aligned}$$

ج) ازای چند مقدار a معی $ax^2 + (3+2a)x$ و a که ازنا سه سوم محور مضاعفات می گذرد.

۵

~~$$ax^2 + (3+2a)x = 0 \rightarrow a \geq 0$$~~

۱) صورت تقارن معی های $x = x^2 + ax$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از ۲ نقطه با عرضی

یک ن روی معی x خط a که ۲ نوع مقدار a و b را می بیند.

۲

$$a \times b = 1 \quad \text{محضی و معی} \quad y = x^2 + ax \quad \text{صورت تقارن} \quad -\frac{a}{2} = -1$$

$$b = \frac{1}{a} \quad \text{مشک}$$

$$a = 1$$

۲) رابطه های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ و $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بهیتر است. مقدار $\frac{a+b}{2}$ را بیابید.

۵

$$\left. \begin{aligned} 2x^2 - ax + b = 0 \\ 2ax^2 + ax - 6 = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{a+b}{2} = 1$$

۱۵) معادله های $x^2 + 4x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یکریه مشترک غیر صفر دارند، افلا فریته های غیر مشترک را

۵

$$x^2 + 4x + m = 0 \quad \left. \begin{aligned} &\rightarrow m = -3 \quad \text{ریشه مشترک غیر} \\ &\text{افلا نهایی معی} \\ &\text{غیر مشترک} \end{aligned} \right\}$$

~~$$x^2 + 2x - 3m = 0$$~~