Subject: تکلیف شماره ۲۳

Year: Month: Date:

سارینا زارع

دهم دختر A

۲۵

۱- $A(-۱ , ۹)$ ، $y = ax^۲ + bx + c$ ، از $(۳ , ۱)$ گذرد

$\frac{-b}{۲a} = -۱ \rightarrow \frac{b}{۲a} = +۱ \rightarrow b = ۲a$ ★

$A(h , k) \rightarrow$ رأس سهمی $\rightarrow k = y(h) = ah^۲ + bh + c$

$y(-۱) = ۹ = a(-۱)^۲ + b(-۱) + c \Rightarrow a - b + c = ۹ \xrightarrow{★} a - ۲a + c = ۹$

$\rightarrow c = ۹ + a$

$\rightarrow y(۳) = ۱ \rightarrow a(۳)^۲ + b(۳) + c = ۱ \rightarrow ۹a + ۳b + c = ۱ \rightarrow ۹a + ۳(۲a) + (۹ + a) = ۱$

$\rightarrow ۱۶a + ۹ = ۱ \rightarrow ۱۶a = -۸ \rightarrow \boxed{a = \frac{-۱}{۲}} \Longrightarrow b = ۲a = ۲ \times -\frac{۱}{۲} = \boxed{-۱}$

$c = ۹ + a = ۹ + (-\frac{۱}{۲}) = \boxed{\frac{۱۷}{۲}}$

معادله سهمی : $\boxed{\frac{-۱}{۲}x - x + \frac{۱۷}{۲}}$

۲

۲- $۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰$

دو ریشه مثبت : $\Delta > ۰ \rightarrow m^۲ - ۸m - ۴۸ > ۰ \rightarrow (m - ۱۲)(m + ۴) > ۰$

$\rightarrow \boxed{m > ۱۲ \text{ یا } m < -۴}$ ★۱

$\rightarrow P > ۰ \rightarrow \frac{c}{a} > ۰ \rightarrow \frac{m + ۶}{۲} > ۰ \rightarrow \boxed{m > -۶}$ ★۲

$\rightarrow S > ۰ \rightarrow \frac{-b}{a} > ۰ \rightarrow \frac{-m}{۲} > ۰ \rightarrow \boxed{m < ۰}$ ★۳

★۱ , ★۲ , ★۳ $\rightarrow$ اشتراک : $-۶ < m < -۴$

۲

۳- $۳x^۲ + (۲m - ۱)x + ۲ - m = ۰$

دو ریشه حقیقی : $\Delta > ۰$ ، $S = \frac{۱}{P} \rightarrow -\frac{۲m - ۱}{۳} = \frac{۳}{۲ - m} \rightarrow$

$\rightarrow -(۲m - ۱)(۲ - m) = ۹ \rightarrow (۲m - ۱)(m - ۲) = ۹ \rightarrow ۲m^۲ - ۴m - m + ۲ = ۹$

$\rightarrow ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰ \rightarrow m = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۵۶}}{۴} = \frac{۵ \pm ۹}{۴} \nearrow m = \frac{۱۴}{۴} = \frac{۷}{۲}$

بررسی شرط دلتا : if $m = \frac{۷}{۲} \rightarrow \Delta = ۶^۲ - ۴ \times ۳ \times (-\frac{۳}{۲}) = \underbrace{۳۶ + ۱۸}_{\Delta = ۵۴ > ۰}$ ✓ $\searrow m = \frac{-۴}{۴} = -۱$

if $m = -۱ \rightarrow \Delta = (-۳)^۲ - ۴ \times ۳ \times ۳ = ۹ - ۳۶ = -۲۷ < ۰$ ✗

۵

$\boxed{m = \frac{۷}{۲}}$

Subject :

Year : Month : Date :

۴-

$$x = x^۲ - ۴ \to x^۲ - x - ۴ = ۰ \begin{cases} \to S = \frac{-b}{a} = ۱ \\ \to P = \frac{c}{a} = -۴ \end{cases}$$

$x_۱^۲ + x_۲^۲ = (x_۱ + x_۲)^۲ - ۲x_۱x_۲ = ۱^۲ - ۲(-۴) = ۱ + ۸ = ۹$ ۲

$x_۱^۳ + x_۲^۳ = (x_۱ + x_۲)^۳ - ۳x_۱x_۲(x_۱ + x_۲) = ۱^۳ - ۳(-۴)(۱) = \cancel{۱ + ۱۲} = ۱۳$

$y_۲ = x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}$ ، $y_۱ = x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}$

$y_۱ + y_۲ = x_۱^۳ + x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۲} + \frac{۱}{x_۱} = (x_۱^۳ + x_۲^۳) + \frac{x_۱ + x_۲}{x_۱ \times x_۲} = ۱۳ - \frac{۱}{۴} = \frac{۵۱}{۴}$

$y_۱ \cdot y_۲ = (x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲})(x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}) = x_۱^۳ x_۲^۳ + x_۱^۳ \times \frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲} \times x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۲} \times \frac{۱}{x_۱}$

$= (x_۱x_۲)^۳ + x_۱^۲ + x_۲^۲ + \frac{۱}{x_۱x_۲} = (-۴)^۳ + ۹ - \frac{۱}{۴} = -۶۴ + ۹ - \frac{۱}{۴} = \frac{-۲۲۱}{۴}$

$t^۲ - (y_۱ + y_۲)t + y_۱y_۲ \Rightarrow t^۲ - \frac{۵۱}{۴}t - \frac{۲۲۱}{۴} = ۰ \xrightarrow{\times ۴} \boxed{۴t^۲ - ۵۱t - ۲۲۱ = ۰}$

ه-

$(\sqrt[۳]{x^۲} + \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} + ۱)(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱) = ۲\sqrt[۳]{x} \to t = \sqrt[۳]{x}$

$\hookrightarrow t^۲ = \sqrt[۳]{x^۲}$

$\underbrace{(t^۲ + \frac{۱}{t^۲} + ۱)(t^۲ - ۱)}_{t^۴ - \frac{۱}{t^۲}} = ۲t \to t^۴ - \frac{۱}{t^۲} = ۲t \xrightarrow{\times t^۲} t^۶ - ۲t^۳ - ۱ = ۰$ ۹

بسط

ازبین بردن مخرج

$u = t^۳ \to \underbrace{u^۲ - ۲u - ۱ = ۰} \to u = \frac{۲ \pm \sqrt{۸}}{۲} = \frac{\cancel{۲}(۱ \mp \sqrt{۲})}{\cancel{۲}} = \boxed{۱ \pm \sqrt{۲} = u}$

$\Delta = (-۲)^۲ - ۴(۱)(-۱) = ۴ + ۴ = ۸$

$\underbrace{t = \sqrt[۳]{x}}, u = t^۳ \to t^۳ = ۱ \pm \sqrt{۲} \begin{cases} \to t^۳ = ۱ + \sqrt{۲} \to t = \sqrt[۳]{۱ + \sqrt{۲}} \\ \to t^۳ = ۱ - \sqrt{۲} \to t = \sqrt[۳]{۱ - \sqrt{۲}} \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} \sqrt[۳]{x} &= \sqrt[۳]{۱ + \sqrt{۲}} \\ \sqrt[۳]{x} &= \sqrt[۳]{۱ - \sqrt{۲}} \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} x_۱ &= ۱ + \sqrt{۲} \\ x_۲ &= ۱ - \sqrt{۲} \end{aligned}\right\} x_۱ + x_۲ = (۱ + \sqrt{۲}) + (۱ - \sqrt{۲}) = ۱ + ۱ = \boxed{۲}$$

Subject :

Year : Month : Date :

۶- ریشه ها x_1 و x_2 $\quad ۳x^۲ - ax + ۴ = ۰$

$x_2 = ۳x_1$ یا $x_1 = ۳x_2$

$S = x_1 + x_2 = \frac{a}{۳}$ و $P = x_1 . x_2 = \frac{۴}{۳}$

حالت اول: $x_1 = ۳x_2 \to ۴x_2 = \frac{a}{۳} \to x_2 = \frac{a}{۱۲}$

$P = ۳x_2^۲ = \frac{۴}{۳} \to x_2^۲ = \frac{۴}{۹} \to x_2 = \frac{۲}{۳}$

$\Big\} \frac{a}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \to \boxed{a = ۸}$

۲

حالت دوم: $x_2 = ۳x_1 \to S = ۴x_1 = \frac{a}{۳} \to x_1 = \frac{a}{۱۲}$

$x_1(۳x_1) = ۳x_1^۲ = \frac{۴}{۳} \to x_1 = \frac{۲}{۳} \Big\} \longrightarrow \frac{a}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \to \underbrace{a = -۸}$

چون ترتیب ریشه ها عوض شده علامت عوض می شود.

$a_1 = ۸$, $a_2 = -۸ \longrightarrow a_1 - a_2 = ۸ - (-۸) = \boxed{۱۶}$

۷- ۴

$y = ax^۲ + (۳ + ۲a)x \longrightarrow a > ۰$ سهمی رو به بالا

$\alpha = ۰$, $\beta > ۰ \to S > ۰ \to -\frac{۳ + ۲a}{a} > ۰ \to \frac{۳ + ۲a}{a} < ۰ \to$ هیچ مقدار a

---

۸- $\left.\begin{array}{l} y = x^۲ + ax - ۲ \\ y = -x^۲ - ۲x + b \end{array}\right\}$ رأس سهمی ها برابر: $\frac{-a}{۲} = \frac{۲}{-۲} \to \boxed{a = ۲}$

جایگذاری $a = ۲$: $y = x^۲ + ۲x - ۲ \xrightarrow{\text{خط } y = ۱} ۱ = x^۲ + ۲x - ۲ \to (x - ۱)(x + ۳) = ۰$

$x = ۱$

$x = -۳$

$-x^۲ - ۲x + b = ۱ \xrightarrow{x = ۱} -۱ - ۲ + b = ۱ \to \boxed{b = ۴}$

۴

$\boxed{ab = ۲ \times ۴ = ۸}$

Subject :

Year :　Month :　Date :

۹-

$$\begin{cases} ۲x^۲ - ax + b = ۰ \\ ۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \end{cases} \to S = \frac{a}{۲} = ۱ + \left(-\frac{۱}{۲}\right) \to a = ۲ - ۱ = ۱$$

$$\xrightarrow{a=۱} ۲x^۲ + x - ۶ = ۰ \to x^۲ + x - ۱۲ \to (۲x + ۴)\left(x - \frac{۳}{۲}\right) \begin{cases} \nearrow x = -۲ \\ \searrow x = \frac{۳}{۲} \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} x_۱ = -۲ + \frac{۱}{۲} = \frac{-۳}{۲} \\ x_۲ = +\frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲ \end{cases} \to ab = -۳ = \frac{b}{۲} \to b = -۶$$

$$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = \boxed{\left[\frac{-۳}{۲}\right] = -۲}$$

②

۱۰-

$$\begin{cases} x^۲ + ۶x + m = ۰ \to \alpha_۱ , \beta_۱ \\ x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \to \alpha_۲ , \beta_۲ \end{cases}$$ فرض: $\alpha_۱ = \alpha_۲$ ↶ ریشه‌های مشترک

$$\begin{cases} S_۱ = \alpha_۱ + \beta_۱ = -۶ \\ S_۲ = \alpha_۲ + \beta_۲ = -۲ \end{cases} (\overset{\alpha_۱}{\cancel{\alpha_۲}} + \beta_۲) - (\alpha_۱ + \beta_۱) = -۲ - (-۶) = ۴$$

$$\boxed{\beta_۲ - \beta_۱ = ۴}$$

②