۲۵

آنا شکرچی

$A(-۱,۹) \xrightarrow{\text{Com راس}} y = ax^۲ + bx + c$

①

$\frac{-b}{۲a} = -۱ \qquad -۲a = -b \qquad ۲a = b \qquad ۱ = ۹a + ۳\underset{۲a}{b} + c = ۱۵a + c \qquad ۱۵a + c = ۱ \qquad c = ۱ - ۱۵a$

۵

$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-b^۲ + ۴ac}{۴a} = ۹ \qquad ۳۶a = -b^۲ + ۴ac$

$۳۶a = -(۲a)^۲ + ۴ac$

$۳۶a = -۴a^۲ + ۴a\underset{}{c} \rightarrow ۱-۱۵a = -۴a^۲ + ۴a - ۶۰a^۲ = -۶۴a^۲ + ۴a$

$\hookrightarrow ۲ \times \frac{-۱}{۲} = b = -۱$

$c = ۱ - ۱۵ \times \frac{-۱}{۲} = \frac{۱۷}{۲}$

$-۶۴a^۲ - ۳۲a = ۰$

$-۳۲a(۲a+۱) = ۰ \rightarrow ۲a + ۱ = ۰ \qquad a = \frac{-۱}{۲}$

$y = \frac{-۱}{۲}x^۲ - x + \frac{۱۷}{۲}$ ✓

---

۵ ②

$۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰$

$\Delta > ۰ \qquad b^۲ - ۴ac = m^۲ - ۸m + ۴۸ > ۰ \qquad (m-۱۲)(m+۴) > ۰ \qquad m > ۱۲, \quad m < -۴$

$\frac{-b}{a} > ۰ \qquad \frac{-m}{۲} > ۰ \qquad -m > ۰ \qquad m < ۰$

$\rightarrow \boxed{-۶ < m < -۴}$

$\frac{c}{a} > ۰ \qquad \frac{m+۶}{۲} > ۰ \qquad m + ۶ > ۰ \qquad m > -۶$

---

③

$۳x^۲ + (۲m-۱)x + ۲ - m = ۰$

$\beta + \alpha = \frac{۱}{\alpha} \times \frac{۱}{\beta} = \frac{۱}{\alpha\beta} \rightarrow \underbrace{\alpha\beta}_{P}\underbrace{(\alpha+\beta)}_{S} = ۱ \qquad P \times S = ۱ \qquad \frac{c}{a} \times \frac{-b}{a} = \frac{-cb}{a^۲} =$

$a^۲ = -cb$

$۳^۲ = (۲m-۱)(۲-m) \times -۱$

$۰ = (۲m+۲)(۲m-۷)$

$\hookrightarrow m = -۱ \quad , \quad m = \frac{۷}{۲}$

if $m = -۱ \qquad \Delta = b^۲ - ۴ac = ۹ - ۳۶ = -۲۷$ ✗ غیرقابل قبول

if $m = \frac{۷}{۲} \qquad \Delta = ۳۶ - (-۱۸) = ۵۴ > ۰$ ✓

$\hookrightarrow \boxed{m = \frac{۷}{۲}}$ ✓

۵

---

۵ ④

$x = x^۳ - ۴ \rightarrow x^۲ - x - ۴ = ۰ \qquad x_۱ + x_۲ = ۱ \quad , \quad x_۱x_۲ = -۴$

ریشه‌های معادله

$x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲} \quad , \quad x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} \rightarrow$

$S = x_۱^۳ + x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲} =$

$\hookrightarrow x_۱^۳ + x_۲^۳ = (x_۱+x_۲)^۳ - ۳x_۱x_۲(x_۱+x_۲)$

$۱ - ۳(-۴)(۱) = ۱۳$

$\frac{x_۱+x_۲}{x_۱x_۲} = \frac{۱}{-۴}$

$S = ۱۳ - \frac{۱}{۴} = \boxed{\frac{۵۱}{۴}} = S$

$P = (x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱})(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}) =$

$\hookrightarrow x_۱^۳x_۲^۳ + \underbrace{x_۱^۲ + x_۲^۲}_{(x_۱+x_۲)^۲ - ۲x_۱x_۲ = ۱^۲ - ۲(-۴) = ۹} + \frac{۱}{x_۱x_۲} = (-۴)^۳ + ۹ - \frac{۱}{۴} = \boxed{\frac{-۲۲۱}{۴}} = P$

پاسخ

معادله جدید

$\boxed{۴t^۲ - ۵۱t - ۲۲۱ = ۰}$

⑤ -

$$\left(\sqrt[۳]{x^۲}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}}+۱\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲}-۱\right)=۲\sqrt[۳]{x}$$

$x_۱+x_۲=?$

$\sqrt[۳]{x}=t$

$$\left(t^۲+\frac{۱}{t^۲}+۱\right)\left(t^۲-۱\right)=۲t \longrightarrow t^۴-\cancel{t^۲}+\cancel{۱}-\frac{۱}{t^۲}+\cancel{t^۲}-\cancel{۱}=۲t$$

$$\left(t^۴-\frac{۱}{t^۲}=۲t\right)\Rightarrow t^۶-۱=۲t^۳$$

$\hookrightarrow t^۶-۲t^۳-۱=۰$

②

$$x=\frac{۲\pm\sqrt{۸}}{۲}=\longrightarrow ۱\pm\sqrt{۲}$$

$$x_۱+x_۲=۱+\cancel{\sqrt{۲}}+۱-\cancel{\sqrt{۲}}=\boxed{۲}$$

---

⑥ -

②

$۳x^۲-ax+۴=$

$\beta=۳\alpha$

$\underbrace{\beta+\alpha}_{۴\alpha}=\frac{a}{۳}$ و $\underbrace{\beta\alpha}_{۳\alpha^۲}=\frac{۴}{۳}$

$\hookrightarrow \alpha=\frac{a}{۱۲}$

$۳\alpha^۲=\frac{۴}{۳}$

$\hookrightarrow \alpha=\pm\frac{۲}{۳}$

$\Rightarrow \pm\frac{۲}{۳}=\frac{a}{۱۲}$

$a=۱۲\times\frac{۲}{۳}=۸$

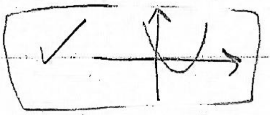
یا $\hookrightarrow -۸$

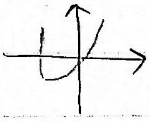
اختلاف ۲ مقدار a $=۸-(-۸)=\boxed{۱۶}$

---

⑦ -

$y=ax^۲+(۳+۲a)x$





نباید از ناحیه سوم رد شود

$\boxed{a>۰}$ و این معادله یک ریشه صفر دارد

$y=-x \longrightarrow \boxed{a=۰}$

$$\Rightarrow \beta+\alpha=\frac{-b}{a}\geq ۰ \qquad \frac{-۳-۲a}{a}\geq ۰$$

	$-\frac{۳}{۲}$		۰	
$-$	۰	$+$	ت ن	$-$

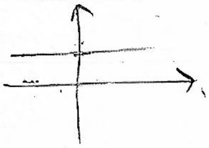
②

به ازای هیچ مقدار $\boxed{-\frac{۳}{۲}<a<۰}$

---

② ⑧

$y=x^۲+ax-۲$ و $y=-x^۲-۲x+b$



محور تقارن $x_۱=\frac{-b}{۲a}=\frac{-a}{۲}$ و $x_۲=\frac{-(-۲)}{۲(-۱)}=\frac{۲}{-۲}=-۱$

$\hookrightarrow \frac{-a}{۲}=-۱\longrightarrow a=۲$

$x^۲+۲x-۲=۱\longrightarrow x^۲+۲x-۳=۰ \quad (x+۳)(x-۱)=۰$ $\begin{cases}x=۱\\x=-۳\end{cases}$

$-x^۲-۲x+b \xrightarrow{x=۱} y=-۱-۲+b=b-۳$

$\xrightarrow{x=-۳} y=-۹+۶+b=b-۳$

$\longrightarrow b-۳=۱\longrightarrow b=۴$

$ab=۲\times ۴=\boxed{۸}$

⑨

$۲x^۲ - ax + b = ۰$ $\qquad$ $۲ax^۲ + ax - ۶$

$\beta + \frac{۱}{۲}$ و $\alpha + \frac{۱}{۲}$ $\qquad$ $\alpha + \beta = \frac{-a}{۲}$ $\qquad$ $\alpha\beta = \frac{-۶}{۲} = -۳$

$(\alpha + \frac{۱}{۲})(\beta + \frac{۱}{۲}) = \alpha + \beta + ۱ = \frac{a}{۲}$ $\qquad$ $\frac{-a}{۲} + ۱ = \frac{a}{۲} \rightarrow ۲ = ۲a$

$\boxed{a = ۱}$

$(\alpha + \frac{۱}{۲})(\beta + \frac{۱}{۲}) = \alpha\beta + \frac{۱}{۲}(\alpha + \beta) + \frac{۱}{۴} = -۳ - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} = -۳ = \frac{b}{۲}$

$\hookrightarrow b = -۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = \boxed{-۲}$

②

② ⑩

$x^۲ + ۶x + m = ۰$ و $x^۲ + ۲x - ۳m = ۰$

$x^۲ + ۶x + m - (x^۲ + ۲x - ۳m) = ۰$ $\qquad$ $۴x + ۴m = ۰$

$x + m = ۰ \rightarrow x = -m$

$x^۲ + ۶x - x = ۰$ $\qquad$ $x^۲ + ۵x = ۰$ $\qquad$ $x(x + ۵) = ۰ \longrightarrow x = -۵ \Rightarrow m = ۵$

$x^۲ + ۶x + ۵ = ۰$ $\qquad$ $(x + ۱)(x + ۵) = ۰$ $\qquad$ $x = -۱$ غیرمشترک ، $x = -۵$ مشترک

$x^۲ + ۲x - ۱۵ = ۰$ $\qquad$ $(x + ۵)(x - ۳) = ۰$ $\qquad$ $x = -۵$ مشترک ، $x = ۳$ غیرمشترک

$۳ - (-۱) = \boxed{۴}$