تکلیف جلسه ۲۳ بیتا / هفتا ماندانا / پرنیان نژاد

۲۵

①

$\frac{-b}{۲a} = -۱ \Rightarrow b = ۲a$

-۱×

جایگذاری نقاط

$$\begin{cases} ۹ = a - b + c \\ ۱ = ۹a + ۳b + c \end{cases}$$

$-۸ = ۸a + ۴b$

$b = ۲a \Rightarrow -۸ = \underbrace{۸a + ۸a}_{۱۶a} = \boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$, $\boxed{b = -۱}$

$\boxed{\text{معادله}: y = -\frac{۱}{۲}x^۲ - x + \frac{۱۷}{۲}}$

۶

$۹ = -\frac{۱}{۲} + ۱ + c \Rightarrow \boxed{c = \frac{۱۷}{۲}}$

---

②

$۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰$ ۲ ریشه منفی $\Delta > ۰ \Rightarrow m^۲ - ۴(۲)(m+۶) > ۰ \Rightarrow m^۲ - ۸m - ۴۸ > ۰$

$\Delta = ۶۴ - ۴(۱)(-۴۸) \Rightarrow \Delta = ۲۵۶$

۱۹۲

$\rightarrow x_۱ = \frac{۸ + \sqrt{۲۵۶}}{۲} = \frac{۲۴}{۲} = (۱۲)$

$\rightarrow x_۲ = \frac{۸ - \sqrt{۲۵۶}}{۲} = -\frac{۸}{۲} = (-۴)$

جدول تعیین علامت ① -۴ ، ۱۲ ۶

x		-۴		۱۲	
Δ	+	۰	-	۰	+

② $-\frac{b}{a} = -\frac{m}{۲} > ۰ \Rightarrow m < ۰$, ③ $\frac{c}{a} = \frac{m+۶}{۲} > ۰ \Rightarrow m > -۶ \Rightarrow ۱ \cap ۲ \cap ۳ \Rightarrow (-۶, -۴)$

جواب

---

③

$S = \frac{۱}{P} \Rightarrow S = \frac{-۲m+۱}{۳} \Rightarrow P = \frac{۲-m}{۳} \rightarrow \frac{-۲m+۱}{۳} = \frac{۳}{۲-m} \Rightarrow ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰$

$\xrightarrow{\Delta} \Delta = ۲۵ - \underbrace{۴(۲)(-۷)}_{۵۶} = ۸۱$

$\rightarrow m_۱ = \frac{۵+۹}{۴} = \frac{۷}{۲} \Rightarrow \Delta > ۰$ ق ق ۶

$\rightarrow m_۲ = \frac{۵-۹}{۴} = ۱ \Rightarrow \Delta < ۰$ غ ق ق

$\boxed{m = \frac{۷}{۲}}$

---

۷ ④

$x_۱ = x_۱^۲ - ۴ \rightarrow S = x_۱ + x_۲ = ۱$ و $P = x_۱x_۲ = -۴$

$x_۲ = x_۲^۲ - ۴$, $S' = x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} + x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲} \Rightarrow x_۲^۳ + x_۱^۳ + \frac{x_۲ + x_۱}{x_۱x_۲} = S^۳ - ۳PS + \frac{S}{P} = ۱ + ۱۲ - \frac{۱}{۴} = \frac{۵۱}{۴} \Rightarrow$

$P' = (x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱})(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}) = (x_۲x_۱)^۳ + x_۲^۲ + x_۱^۲ + \frac{۱}{x_۲x_۱} = P^۳ + S^۲ - ۲P + \frac{۱}{P}$

$-۶۴ + ۱ + ۸ - \frac{۱}{۴} = -\frac{۲۲۱}{۴}$

$\Rightarrow \boxed{x^۲ - \frac{۵۱}{۴}x - \frac{۲۲۱}{۴} = ۰}$

(۵)

$$\left(\sqrt[۳]{x^۲}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}}+۱\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲}-۱\right)=۲\sqrt[۳]{x} \Rightarrow \left(t^۲+\frac{۱}{t^۲}+۱\right)(t^۲-۱)-۲t=۰ \quad \boxed{\sqrt[۳]{x}=t}$$

$$t^۴+\cancel{۱}+t^۲-t^۲-\frac{۱}{t^۲}-\cancel{۱}-۲t=۰ \Rightarrow t^۴-\frac{۱}{t^۲}-۲t=۰ \xrightarrow{\times t^۲} t^۶-۲t^۳-۱=۰ \Rightarrow t^۳=K$$

$$K^۲-۲K-۱=۰ \Rightarrow \Delta=۴-۴(۱)(-۱)=۸ \begin{cases} K_۱=۱+\sqrt{۲} \\ K_۲=۱-\sqrt{۲} \end{cases} \xrightarrow[t^۳]{\text{بازگشت}} t^۳=۱+\sqrt{۲} \text{ یا } ۱-\sqrt{۲} \Rightarrow x=t^۳$$

$x_۱=۱+\sqrt{۲},\ x_۲=۱-\sqrt{۲} \Rightarrow x_۱+x_۲ \Rightarrow (۱+\sqrt{۲})+(۱-\sqrt{۲})=\boxed{۲}$ جواب (۴)

---

(۶)

ریشه‌ها $= x_۱, x_۲ \quad , \quad x_۲=۳x_۱$

$P=x_۱\times ۳x_۱=۳x_۱^۲ \Longrightarrow \frac{۴}{۳}=۳x_۱^۲ \Rightarrow x_۱^۲=\frac{۴}{۹} \Rightarrow x_۱=\pm\frac{۲}{۳}$ (۳)

$S=x_۱+۳x_۱=۴x_۱ \qquad \frac{a}{۳}=۴x_۱ \to a=۱۲x_۱ \begin{cases} a_۱=۱۲\times\frac{۲}{۳}=۸ \\ a_۲=۱۲\times(-\frac{۲}{۳})=-۸ \end{cases}$

اختلاف ریشه‌ها $\Rightarrow ۸-(-۸)=۱۶$

---

(۷) (۲)

$a>۰$ ① $\quad , \quad S=-\frac{b}{a} \to \frac{-۳-۲a}{a}\geq ۰$

a		$-\frac{۳}{۲}$		۰	
صورت	+	۰	−		−
مخرج	−		−	۰	+
$P(a)$	−	۰	+	۰	−

$a=[-\frac{۳}{۲},۰)$ ②

$۱\cap۲ \Rightarrow \varnothing$

هیچ مقداری از a وجود ندارد که سهمی از ناحیه سوم نگذرد.

---

(۸) (۳)

جایگذاری ② $\Rightarrow y=-x^۲-۲x+b \Rightarrow \boxed{۱=b}$

$y=۱$

$x_{ext}=\frac{-b}{۲a}=\frac{۲}{۲(-۱)}=\boxed{-۱}$

$-\frac{a}{۲}=-۱ \to -a=-۲ \to \boxed{a=۲}$ ① معادله $\Rightarrow ۱=A^۲+۲A-۲ \Rightarrow A^۲+۲A-۳=۰$

$\Rightarrow (A-۱)(A+۳)=۰ \Rightarrow A=۱$ یا $A=-۳$ ⇝ if $A=۱ \Rightarrow (۱,۱) \xrightarrow{\text{در معادله ۲}} b=۴$, if $\xrightarrow{A=-۳}$

$(-۳,۱) \xrightarrow{\text{در معادله ۲}} b=۴ \longrightarrow \boxed{b=۴} \Rightarrow a\times b=۲\times۴=\boxed{۸}$ جواب

---

(۹) (۳)

$S_۱=\frac{a}{۲} \quad , \quad S_۲=\frac{\cancel{a}}{۲\cancel{a}}=-\frac{۱}{۲} \quad , \quad S_۱=S_۲+۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{a=۱}$

$P_۱=(\alpha+۰{,}۵)(\beta+۰{,}۵) \qquad P_۱=\frac{b}{۲} \qquad P_۲=\alpha\beta \qquad \boxed{\beta_۲=-۳}$

$P_۱=۰{,}۲۵+\underbrace{\alpha\beta}_{-۳}+\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-\frac{۱}{۲}}۰{,}۵ \Longrightarrow P_۱=-۳ \ , \ b=-۶ \Rightarrow \left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{-۶}{۴}\right]=\boxed{-۲}$ جواب

---

(۱۰) (۲)

$x^۲+۶x+m=x^۲+۲x-۳m$

$a^۲+۶a+m=a^۲+۲a-۳m \to ۴a+۴m=۰ \Rightarrow \boxed{m=-a}$

$a^۲+۶a+m=۰ \xrightarrow{m=-a} a^۲+۵a=۰ \to a(a+۵)=۰$ → $\boxed{a=۰}$ غ ق ق ، $\boxed{a=-۵}$

$\to m=۵ \Rightarrow x^۲+۶x+۵=۰ \Rightarrow (x+۱)(x+۵)=۰$ → $x=-۱$ غیرمشترک ، $x=-۵$ مشترک

$\Rightarrow x^۲+۲x-۱۵=۰ \to (x-۳)(x+۵)$ → $x=۳$ غیرمشترک ، $x=-۵$ مشترک

اختلاف ریشه‌های غیرمشترک $\Rightarrow ۳-(-۱)=\boxed{۴}$