۲۵

پرتو پرورش

۱

$\frac{-b}{2a} = -1 \qquad 2a = b$ (1)

$\begin{cases} 9 = a - b + c \\ 1 = 9a + 3b + c \end{cases}$

$-8 = 8a + 4b$ (2)

$\xrightarrow{1,2} -8 = 8a + 8a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$b = -1$

$9 = -\frac{1}{2} + 1 + c \Rightarrow c = \frac{17}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x^2 - bx + \frac{17}{2}$

۲

۲

$\Delta > 0 \qquad \Delta = m^2 - 8(m+6) \rightarrow m^2 - 8m - 48 \qquad \Delta' = 64 + 192 = 256$

$m = \frac{8 \pm 16}{2} = \begin{cases} 12 \\ -4 \end{cases}$

m		-4		12	
Δ	$+$	0	$-$	0	$+$

(1)

$\frac{c}{a} = \frac{m+6}{2} > 0 \Rightarrow m > -6$ (2)

$\frac{-b}{a} = \frac{-m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0$ (3)

$1 \cap 2 \cap 3 = (-6, -4)$

۲

۳

$S = \frac{1}{P} \qquad S = \frac{-2m+1}{3} \qquad P = \frac{2-m}{3} \rightarrow \frac{-2m+1}{3} = \frac{3}{2-m}$

$\rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \xrightarrow{\Delta = 81} m = \frac{5 \pm 9}{4} \begin{cases} \frac{7}{2} \rightarrow \Delta > 0 \\ -1 \rightarrow \Delta < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases} \rightarrow m = \frac{7}{2}$

از $\Delta > 0 \longrightarrow$

$(2m-1)^2 - 12(2-m) = \Delta$

۲

۴

$x^2 - x - 4 = 0 \rightarrow S = x_1 + x_2 = 1$ و $P = x_1 x_2 = -4$

$S' = x_2^3 + \frac{1}{x_1} + x_1^3 + \frac{1}{x_2} = x_2^3 + x_1^3 + \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = S^3 - 3PS + \frac{S}{P} = 1 + 12 - \frac{1}{4} = \frac{51}{4}$

$P' = (x_2^3 + \frac{1}{x_1})(x_1^3 + \frac{1}{x_2}) = (x_2 x_1)^3 + x_2^2 + x_1^2 + \frac{1}{x_1 x_2} = P^3 + S^2 - 2P + \frac{1}{P} = -64 + 1 + 8 + \frac{1}{-4} = \frac{-221}{4}$

$x^2 - \frac{51}{4}x - \frac{221}{4} = 0$

۲

۵

$\sqrt[3]{x} = A \qquad (A^2 + \frac{1}{A^2} + 1)(A^2 - 1) = 2A \rightarrow A^4 - \frac{1}{A^2} = 2A \xrightarrow{\times A^2}$

$A^6 - 1 - 2A^3 = 0 \xrightarrow{B = A^3} B^2 - 1 - 2B = 0 \qquad B = 1 \pm \sqrt{2} \xrightarrow{A = \sqrt[3]{B}} A = \sqrt[3]{1 \pm \sqrt{2}}$

$\xrightarrow{x = A^3} x = 1 \pm \sqrt{2} \qquad x_1 + x_2 = 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 2$

۲

(ریشه‌ها) : $x_1 , x_2 = ۳x_1$

$P = x_1 \times ۳x_1 = ۳x_1^۲$ $\quad \frac{۴}{۳} = ۳x_1^۲$ $\quad x_1^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow x_1 = \pm \frac{۲}{۳}$

$S = x_1 + ۳x_1 = ۴x_1$ $\quad \frac{a}{۳} = ۴x_1 \Rightarrow a = ۱۲x_1 \rightarrow \begin{cases} a = ۱۲ \times \frac{۲}{۳} = ۸ \\ a = ۱۲ \times (-\frac{۲}{۳}) = -۸ \end{cases}$

$۸ - (-۸) = ۱۶$

۲ ۶

$a > ۰$ (۱) $\quad S = \frac{-b}{a} \rightarrow \frac{-۳-۲a}{a} \geq ۰$

۲

a		$-\frac{۳}{۲}$		۰	
صورت	+	۰	-		-
مخرج	-		-	۰	+
کل	-	۰	+		-

$a = [-\frac{۳}{۲}, ۰)$ (۲) $\quad ۱ \cap ۲ = \emptyset$ ۷

خط تقارن ۱ : $\frac{-a}{۲}$ $\quad$ خط تقارن ۲ : -۱ $\quad \frac{-a}{۲} = -۱ \Rightarrow a = ۲$

عرض ۱ : $۱ = x^۲ + ۲x - ۲ \rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۳ \end{cases}$ $\quad$ ۲

عرض ۲ : $b = ۱ + x^۲ + ۲x \xrightarrow{x=۱} b = ۴$, $\xrightarrow{x=-۳} b = ۴$ $\quad ab = ۲ \times ۴ = ۸$ ۸

$S_1 = \frac{a}{۲}$ $\quad S_2 = \frac{-a}{۲a} = \frac{-۱}{۲}$ $\quad S_1 = S_2 + ۱ \Rightarrow +\frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۱$

$P_1 = (\alpha + ۰/۵)(\beta + ۰/۵)$ $\quad P_1 = \frac{b}{۲}$ $\quad P_2 = \alpha\beta$ $\quad P_2 = -۳$ $\quad$ ۲ ۹

$P_1 = ۰/۲۵ + \underbrace{\alpha\beta}_{-۳} + \underbrace{(\alpha+\beta)}_{-\frac{۱}{۲}} ۰/۵$

$P_1 = -۳ \quad b = -۶ \quad [\frac{ab}{۴}] = [\frac{-۶}{۴}] = -۲$

ریشه معادله ۱ : α , β $\quad$ ریشه معادله ۲ : α , θ $\quad \beta - \theta = ?$ $\quad$ ۲

$\begin{cases} \alpha + \beta = -۶ \\ \alpha + \theta = -۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -۶ \\ -\alpha - \theta = ۲ \end{cases}$

$\beta - \theta = -۴$ ۱۰