

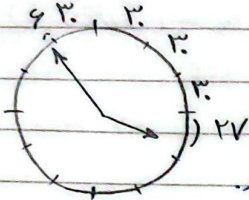
۱۴.۴, ۹, ۲.

« به نام خدا »

پریا کل جتئی

۱) زاویه بین عقربه های ساعت را در ساعت ۳:۵۴:

(الف) به کمک رسم شکل ساعت، بدست آورید. (زاویه را کمتر از ۱۸۰ درجه اعلام کنید.)



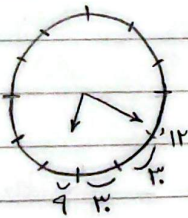
$$\frac{54}{2} = 27 \rightarrow 3 \times 30 + 27 + 6 = 153^\circ$$

(ب) از فرمول محاسبه زاویه بین عقربه های ساعت کمک بگیرید و مقدار زاویه را بدست آورید.

$$\alpha = |5.5m - 3.h| \rightarrow \alpha = |5.5 \times 54 - 3 \times 3| = 2.7^\circ \rightarrow 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 2.7^\circ = 153^\circ$$

۲) زاویه های بین عقربه های ساعت را در ساعت ۹:۱۸:

(الف) به کمک رسم شکل، ساعت را بدست آورید.

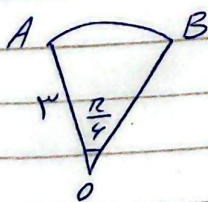


$$\frac{18}{2} = 9 \quad \alpha = 2 \times 30 + 12 + 9 = 11^\circ$$

(ب) از فرمول محاسبه زاویه بین عقربه های ساعت کمک بگیرید و مقدار زاویه را بدست آورید.

$$\alpha = |5.5 \times 18 - 3 \times 9| = 11^\circ$$

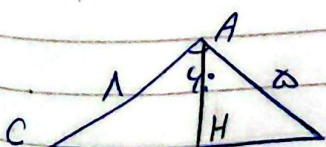
۳) با توجه به شکل مقابل اگر زاویه α حاصل $\frac{\pi}{6}$ رادیان و شعاع قطاع برابر ۳cm باشد:



(الف) مساحت قطاع را بدست آورید. $S = \frac{\alpha}{2} r^2 = \frac{\pi}{6} \times 9 = \frac{3\pi}{2}$

(ب) محیط قطاع را بدست آورید. $\text{محیط} = \alpha r + 2r = \frac{\pi}{6} \times 3 + 2 \times 3 = 4 + \frac{\pi}{2}$

۴) مثلث مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

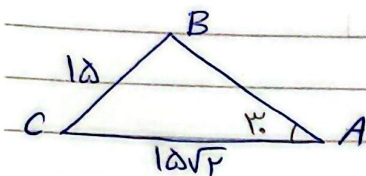


(الف) مساحت مثلث ABC را بیابید. $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

(ب) محیط مثلث ABC را بیابید. $\Delta + \Lambda + V = \frac{1}{2}$

$$BC^2 = 1^2 + 5^2 - 2 \times 1 \times 5 \times \frac{1}{2} = 4 + 25 - 5 = 24 \rightarrow BC = \sqrt{24}$$

۵) در مثل ABC اگر $\hat{B} + \hat{C} = 150^\circ$ و طول ضلع AC برابر $15\sqrt{2}$ و طول ضلع BC برابر ۱۵ باشد، زاویه های $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را بر حسب رادیان بدست آورید. ($\hat{B}$ حاد است.)



$$\frac{1}{15} = \frac{\sin \hat{B}}{15\sqrt{2}} \rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{B} = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$\hat{C} = 150^\circ - 45^\circ = 105^\circ = \frac{7\pi}{12}$$

۶) حاصل عبارت $\frac{\tan(\pi - \alpha) + 2\tan(\pi + \alpha)}{\tan(\pi - \alpha) - \tan(\pi + \alpha)}$ را بدست آورید.

$$\frac{-\tan \alpha + 2\tan \alpha}{-\tan \alpha - (+\tan \alpha)} = \frac{2\tan \alpha}{-2\tan \alpha} = -1$$

۷) اگر $\tan 15^\circ = \alpha$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{2\tan 45^\circ + \tan 105^\circ}{2\tan 15^\circ - \tan 105^\circ}$ را بر حسب α بدست آورید.

$$A = \frac{2\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12}) + \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12})}{2\tan(\pi - \frac{\pi}{12}) - \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12})} = \frac{2\cot \frac{\pi}{12} - \cot \frac{\pi}{12}}{-2\tan \frac{\pi}{12} - \cot \frac{\pi}{12}} = \frac{2 \times \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha}}{-2\alpha - \frac{1}{\alpha}} = \frac{\frac{1}{\alpha}}{\frac{-2\alpha^2 - 1}{\alpha}} = \frac{1}{-2\alpha^2 - 1}$$

۸) اگر $3 = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ باشد، حاصل $\tan^2 \alpha$ را بیابید.

$$\frac{1 + 2\sin \alpha \cos \alpha + 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = 3 \rightarrow 2 = \frac{2}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \rightarrow \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1$$

$$\rightarrow 2 = 4\sin^2 \alpha - 3 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{5}{4} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{4}} = 5$$

۹) اگر $4 = \frac{\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha + 1}{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha - 1}$ باشد، مقدار $\tan^2 \alpha$ را بیابید.

$$\frac{1 - 2\cos^2 \alpha + 1}{1 + \cos^2 \alpha - 1} = 4 \rightarrow 2 - 2\cos^2 \alpha = 4\cos^2 \alpha \rightarrow 4\cos^2 \alpha = 2 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

۱۰) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $\cos(22,5^\circ) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ $\cos^2(22,5^\circ) = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \cos(22,5^\circ) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

ب) $\sin(47,5^\circ) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ $\sin^2(47,5^\circ) = \frac{1 - \cos 95^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \sin(47,5^\circ) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$