۲۰

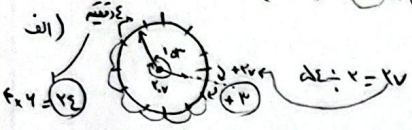
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۹ کلاس دهم (نوبت عصر) .....

۱

۳:۵۴

$(۶\times۳۰)+۳+۲۴=۲۰۷$ درجه $\xrightarrow{\text{کم از } ۱۸۰}$ $۳۶۰-۲۰۷=+۱۵۳$ درجه

الف)



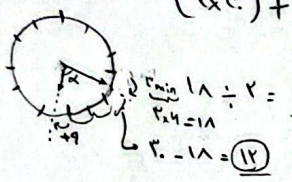
ب) $\alpha = |۵/۵M - ۳۰H| \rightarrow |۵/۵\times۵۴ - ۳۰\times۳| \rightarrow \alpha = ۲۰۷$ درجه $\xrightarrow{\text{کم از } ۱۸۰ \text{ درجه}}$ $۳۶۰-۲۰۷=+۱۵۳$ درجه

۲

۶:۱۸

$(۲\times۳۰)+۹+۱۲=۶۰+۹+۱۲=+۸۱$ درجه

الف)



ب) $\alpha=|۵/۵M-۳۰H| \rightarrow |۵/۵\times۱۸-۳۰\times۶| \rightarrow |۹۹-۱۸| = +۸۱$ درجه

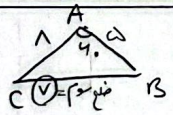
۳

$\alpha \rightarrow \frac{\pi}{۶}$, $r=۳$ $\Rightarrow S_{OAB} \rightarrow \frac{\alpha}{۲}R^۲ \rightarrow \frac{\frac{\pi}{۶}}{۲}\times۹ = \frac{\pi}{۱۲}\times۹ \rightarrow \frac{۳\pi}{۴}$

$P=? \Rightarrow \alpha R \rightarrow \frac{\pi}{۶}\times۳ = \frac{\pi}{۲} \rightarrow ۳+۳+\frac{\pi}{۲}$

جواب $\rightarrow \frac{۴\pi}{۲}+۶$

۴

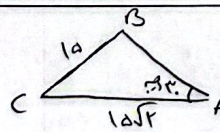


$S=?/P=? \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}\times a\times b\times \sin\alpha \rightarrow \frac{۱}{۲}\times۵\times۸\times\sin۶۰ \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\rightarrow ۱۰\sqrt{۳}$ جواب

$P \Rightarrow$ قضیه‌ی کسینوس‌ها $\rightarrow$ طول ضلع $= \sqrt{a^۲+b^۲-۲ab(\cos\alpha)} \rightarrow \sqrt{a^۲+۸^۲-۲(۵\times۸)\times\frac{۱}{۲}}$

$\sqrt{۴۹}=۷$ طول ضلع سوم $\Rightarrow$ محیط $۷+۵+۸=۲۰$ جواب

۵



$\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰ \xrightarrow{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰} \hat{A}=۶۰$ درجه / قضیه‌ی سینوس‌ها $\rightarrow \frac{۱۵}{\sin۶۰} = \frac{۱۵\sqrt{۲}}{\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{۱۵\sqrt{۲}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\hat{B}$ حاده است و سینوس آن $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ شده پس بین (۰ درجه و ۹۰ درجه) یعنی (۰ رادیان و $\frac{\pi}{۲}$ رادیان) قرار دارد

$\hat{B}=۴۵$ درجه $\rightarrow$ تبدیل به رادیان $\rightarrow \frac{۴۵}{۱۸۰} = \frac{Rad}{\pi} \rightarrow Rad = \frac{\pi}{۴}$ جواب

$\hat{C}=۱۸۰-(۶۰+۴۵)=۷۵$ درجه $\rightarrow \frac{D}{۱۸۰} = \frac{Rad}{\pi} \rightarrow \frac{۱۰۵}{۱۸۰} = \frac{Rad}{\pi} \rightarrow Rad = \frac{۱۰۵\pi}{۱۸۰} \xrightarrow{\text{ساده کردن}} \frac{۷\pi}{۱۲}$ جواب

۶

$$\frac{\tan(\pi-\alpha)+3\tan(\pi+\alpha)}{\tan(2\pi-\alpha)-\tan(2\pi+\alpha)} \to \frac{-\tan(\alpha)+3\tan(\alpha)}{-\tan(\alpha)-\tan(\alpha)} = \frac{2\tan(\alpha)}{-2\tan(\alpha)} = -1$$

جواب

۷

$\tan\frac{\pi}{12}=\alpha$ / $A=\frac{2\tan(75^\circ)+\tan(10^\circ)}{3\tan(145^\circ)-\tan(225^\circ)}=?$ (بر حسب α)

$\frac{\text{Rad}}{\pi}=\frac{D}{180} \to \left(\frac{\pi}{12}=\frac{D}{180}\right) \to D=\frac{180}{12}=15^\circ$ (درجه)

$$\to \frac{2\tan(\frac{\pi}{2}-15)+\tan(\frac{\pi}{2}+15)}{3\tan(\pi-15)-\tan(\frac{3\pi}{2}-15)} \to \frac{2\cot(15)-\cot(15)}{-3\tan(15)-\cot(15)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cot(15)}{-3\tan(15)-\cot(15)} \quad \left(\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta},\ \cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}\right) \to \frac{\frac{1}{\alpha}}{-3\alpha-\frac{1}{\alpha}} \Rightarrow \frac{1}{-3\alpha^2-1} \overset{\times -1}{=} \frac{-1}{3\alpha^2+1}$$

جواب

۸

$\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}+\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}=3$ / $(\tan^2 x=?)$ ضرب وسط‌ها $\Rightarrow \frac{(\sin x+\cos x)(\sin x+\cos x)}{(\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x)}+\frac{(\sin x-\cos x)(\sin x-\cos x)}{(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)}=3$

$$\to \frac{(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2}{\sin^2 x-\cos^2 x} \to \frac{\overbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}^{1}+2\sin x\cos x+\overbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}^{1}-2\sin x\cos x}{\sin^2 x-\cos^2 x}=3$$

$$\to \frac{2}{\sin^2 x-\cos^2 x}=3 \to \sin^2 x-\cos^2 x=\frac{2}{3} \to (1-\cos^2 x)-\cos^2 x=\frac{2}{3} \to 1-2\cos^2 x=\frac{2}{3} \to \cos^2 x=\frac{1}{6}$$

$\cos^2 x=\frac{1}{6}$ و $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ $\to \sin^2 x=\frac{5}{6}$

$\Rightarrow \tan^2 x=? \to \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \Rightarrow \left(\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}}\right)=5$

جواب

۹

$\frac{\sin^2 x-2\cos^2 x+1}{\sin^2 x+2\cos^2 x-1}=4$ / $\tan^2 x=?$ $\to$ صورت کسر $\to \sin^2 x-2(1-\sin^2 x)+1 \to \sin^2 x-2+2\sin^2 x+1 \to 3\sin^2 x-1$

مخرج $\to \sin^2 x+2(1-\sin^2 x)-1 \to \sin^2 x+2-2\sin^2 x-1 \to -\sin^2 x+1$

$\frac{3\sin^2 x-1}{1-\sin^2 x}=4 \to 4-4\sin^2 x=3\sin^2 x-1 \to \sin^2 x=\frac{5}{7}$

$\cos^2 x+\frac{5}{7}=1 \to \cos^2 x=\frac{2}{7}$

$\tan^2 x=? \to \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=\left(\frac{\frac{5}{7}}{\frac{2}{7}}\right)=\frac{5}{2}$

جواب

۱۰

الف) $\cos(22.5^\circ) \to \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha \to \alpha=22.5^\circ \to \cos(45^\circ)=\cos^2(22.5^\circ)-\sin^2(22.5^\circ)$

$\frac{\sqrt{2}}{2}=1-2\sin^2(22.5^\circ)$ ÷2 $\to \frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{1}{2}-\sin^2(22.5^\circ)$

$\sin^2(22.5^\circ)=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}$ $\to \sin(22.5^\circ)=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}}$

ب) $\sin(67.5^\circ) \to \sin(67.5^\circ)=\cos(22.5^\circ)$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1 \to \cos(45^\circ)=2\cos^2(22.5^\circ)-1$

$\frac{\sqrt{2}}{2}=2\cos^2(22.5^\circ)-1$ $\to \cos^2(22.5^\circ)=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

$\to \cos(22.5^\circ)=\pm\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$ ← حالت منفی قابل قبول است چون 22.5° در ربع اول قرار دارد.

$\to \cos\alpha=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

جواب

درجه الف برحسب آوردم $\to \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ $\Rightarrow$

جواب