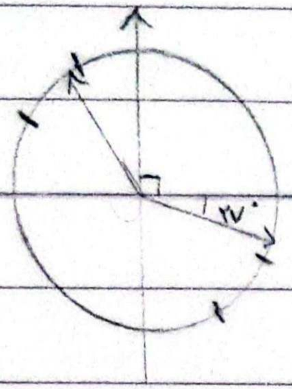
پاسخنامه تکلیف شماره ۱۹ :



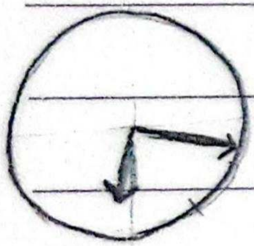
۱) الف ← ساعت شمار در هر دقیقه ← ۳۰ ÷ ۶۰ = ۰٫۵° ← در ۵۴ دقیقه ← ۵۴ × ۰٫۵ = ۲۷°

ساعت شمار جلو رفته ۹۰ + ۲۷ = ۱۱۷°

۱ دقیقه ← دقیقه شمار ۶° ← ۵۴ × ۶ = ۳۲۴°   زاویه بزرگتر ۳۲۴° − ۱۱۷° = ۲۰۷°

۳۶۰ − ۲۰۷ = ۱۵۳°

ب ← |۵٫۵m − ۳۰H| = |(۵٫۵ × ۵۴) − (۳۰ × ۳)| = |۲۹۷ − ۹۰| = ۲۰۷   ۳۶۰ − ۲۰۷ = ۱۵۳°



۲) الف ← ۱min = ۶° ← ۱۸min = ۱۰۸° (دقیقه شمار)   ۶ × ۳۰ = ۱۸۰° ، ۱۸ × ۰٫۵ = ۹°   ۱۸۰ + ۹ = ۱۸۹° (ساعت شمار)

۱۸۹ − ۱۰۸ = ۸۱°

ب ← |۵٫۵m − ۳۰H| = |(۵٫۵ × ۱۸) − (۳۰ × ۶)| = |۱۸۰ − ۹۹| = ۸۱°

۳) الف) (α/۲) R² ← ((π/۶)/(۲/۱)) × ۳² = (π/۱۲) × ۹ = ۳π/۴

ب) P شکل = ۲ شعاع + $\overset{\frown}{AB}$ ← (π/۶) × ۳ + ۲(۳) = π/۲ + ۶

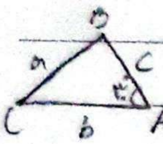
۴)

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \underbrace{\sin 60}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{3}$

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\cos 60° \Rightarrow 8^2 + 5^2 - 2(8 \times 5) \times \frac{1}{2} = 64 + 25 - 40 = 49 = BC^2$

$\Rightarrow \boxed{BC = 7}$ محیط $= 5 + 7 + 8 = 20$

۵)



$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \to \frac{15}{\frac{1}{2}} = 30$ $\quad \frac{15\sqrt{2}}{\underbrace{\sin B}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = 30 \Rightarrow \boxed{B = 45°}$

$B + C = 150°$ $\quad C = 150° - 45° = 105°$

$B = 45° = \frac{\pi}{4}$ $\quad 105 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{12}$

۶)

$\frac{-\tan\alpha + 3\tan\alpha}{-\tan\alpha - \tan\alpha} = \frac{2\tan\alpha}{-2\tan\alpha} = -1$

۷)

$\frac{\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = \boxed{15° = a}$ $\quad \underbrace{\tan 165° = \tan 180° - \tan 15°}_{\tan 165° = -\tan 15° = -a}$, $\tan 225° = \tan 180° + \tan 45°$

$\to \tan 75° = \frac{\tan 30° + \tan 45°}{1 - \tan 30° \cdot \tan 45°} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}$ $\xrightarrow{\text{ساده}} a = \tan 15° = \sqrt{3} - 2 \to a - 2 = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{پس}} \tan 75° =$

$\sqrt{3} + 2 = 2 + (2 - a)$ $\to \tan 75° = 4 - a$ } $\tan 105 = -(2 + \sqrt{3}) = -(2 + (2 - a)) = -4 + a$ } $\tan 225° =$

$\frac{2(4 - a) + (-4 + a)}{3(-a) - 1} = \boxed{\frac{4 - a}{-1 - 3a}} = -\frac{4 - a}{1 + 3a}$ $\quad 45° + 180° = 225° \to \tan 45° = \tan 225° = 1$

۸)

$\frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} + \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 3$ $\quad \boxed{\tan x = t} \to \frac{t + 1}{t - 1} + \frac{t - 1}{t + 1} = 3$

$\frac{(t^2 + 2t + 1) + (t^2 - 2t + 1)}{t^2 - 1} = \frac{2t^2 + 2}{t^2 - 1} = 3$ $\quad 2t^2 + 2 = 3t^2 - 3$ $\quad t^2 = 5 \Rightarrow \tan^2\alpha = 5$

۹)

$\frac{\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1}{\sin^2 x + \underbrace{2\cos^2 x}_{2(1 - \sin^2 x)} - 1} = 4 \to \frac{\sin^2 x - 2 + 2\sin^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 - 2\sin^2 x - 1} = \frac{3\sin^2 x - 1}{\underbrace{-\sin^2 x + 1}_{\cos^2 - 1 + 1}} = 4$ $\quad \frac{3\sin^2 x}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^2\alpha} = 4$

$= 3\tan^2\alpha - \underbrace{\frac{1}{\cos^2\alpha}}_{-(1 + \tan^2\alpha)} = 4$

$\to 2\tan^2\alpha - 1 = 4$ $\quad 2\tan^2 x = 5$ $\quad \tan^2 x = \frac{5}{2}$

حل

الف) $\cos(22.5^\circ) = \cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos\alpha + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}+2}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+2}{4}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$

ب) $\sin(67.5^\circ) = \sin\left(\frac{135^\circ}{2}\right) = \sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{-\cos\alpha + 1}{2}} = \sqrt{\frac{1-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$