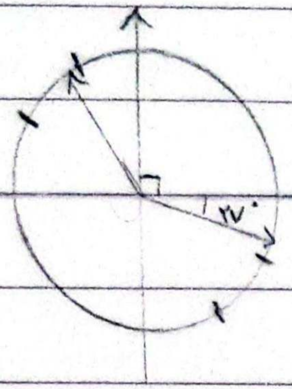
پاسخنامه تکلیف شماره ۱۹ :

اسمم نوشته نشده



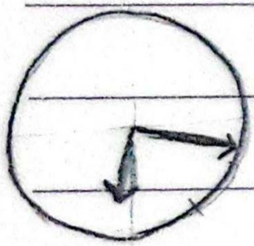
۱) الف ← ساعت شمار در هر دقیقه ← $۳۰ \div ۶۰ = ۰٫۵^\circ$ $\xrightarrow{\text{در ۵۴ دقیقه}}$ $۵۴ \times ۰٫۵ = ۲۷^\circ$

ساعت شمار جلو رفته $۹۰ + ۲۷ = ۱۱۷^\circ$

۱ دقیقه ← ۶° دقیقه شمار ← $۵۴ \times ۶ = ۳۲۴^\circ$ زاویه بزرگه $۳۲۴^\circ - ۱۱۷^\circ = ۲۰۷^\circ$

$۳۶۰ - ۲۰۷ = \boxed{۱۵۳^\circ}$

ب ← $|5{,}5m - 30H| = |(5{,}5 \times ۵۴) - (۳۰ \times ۳)| = |۲۹۷ - ۹۰| = ۲۰۷$ $\quad ۳۶۰ - ۲۰۷ = \boxed{۱۵۳}$



۲) الف ← $1min = ۶^\circ \rightarrow ۱۸min = ۱۰۸^\circ$ دقیقه شمار

$۶ \times ۳۰ = ۱۸۰^\circ$
$۱۸ \times ۰٫۵ = ۹^\circ$
$۱۸۰ + ۹ = ۱۸۹^\circ$ ساعت شمار

$۱۸۹ - ۱۰۸ = \boxed{۸۱^\circ}$

ب ← $|5{,}5m - 30H| = |(5{,}5 \times ۱۸) - (۳۰ \times ۶)| = |۱۸۰ - ۹۹| = \boxed{۸۱^\circ}$

۳) الف) $\frac{\alpha}{۲} R^۲ \rightarrow \frac{\frac{\pi}{۶}}{\frac{۲}{۱}} \times ۳^۲ = \frac{\pi}{۱۲} \times ۹ = \frac{۳\pi}{۴}$

ب) $P_{\text{شکل}} = ۲$ شعاع $+ \overset{\frown}{AB} \longrightarrow \frac{\pi}{۶} \times ۳ + ۲(۳) = \boxed{\frac{\pi}{۲} + ۶}$

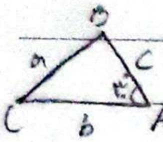
۴)

الف) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \underbrace{\sin 60}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{3}$

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\cos 60° \Rightarrow 8^2 + 5^2 - 2(8 \times 5) \times \frac{1}{2} = 64 + 25 - 40 = 49 = BC^2$

$\Rightarrow \boxed{BC = 7}$ محیط $= 5 + 7 + 8 = 20$

۵)



$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{15}{\frac{1}{2}} = 30$ $\quad \frac{15\sqrt{2}}{\underbrace{\sin B}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = 30 \Rightarrow \boxed{B = 45°}$

$B + C = 150°$ $\quad C = 150° - 45° = 105°$

$B = 45° = \frac{\pi}{4}$ $\quad 105 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{12}$

۶)

$\frac{-\tan \alpha + 3\tan \alpha}{-\tan \alpha - \tan \alpha} = \frac{2\tan \alpha}{-2\tan \alpha} = -1$

۷)

$\frac{\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = \boxed{15° = a}$ $\quad \underbrace{\tan 165° = \tan(180° - 15°)}_{\tan 165° = -\tan 15° = -a}, \tan 225° = \tan(180° + 45°)$

$\rightarrow \tan 75° = \frac{\tan 30° + \tan 45°}{1 - \tan 30° \cdot \tan 45°} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} \xrightarrow{\text{ساده}} a = \tan 15° = \sqrt{3} - 2 \rightarrow a - 2 = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{پس}} \tan 75° =$

$\sqrt{3} + 2 = 2 + (2 - a)$, $\tan 75° = 4 - a \}$ $\tan 105 = -(2 + \sqrt{3}) = -(2 + (2 - a)) = -4 + a \}$ $\tan 225° =$

$\frac{2(4 - a) + (-4 + a)}{3(-a) - 1} = \boxed{\frac{4 - a}{-1 - 3a}} = -\frac{4 - a}{1 + 3a}$ $\quad 45° + 180° = 225° \rightarrow \tan 45° = \tan 225° = 1$

۸)

$\frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} + \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 3$ $\quad \boxed{\tan x = t} \rightarrow \frac{t + 1}{t - 1} + \frac{t - 1}{t + 1} = 3$

$\frac{(t^2 + 2t + 1) + (t^2 - 2t + 1)}{t^2 - 1} = \frac{2t^2 + 2}{t^2 - 1} = 3$ $\quad 2t^2 + 2 = 3t^2 - 3$ $\quad t^2 = 5 \Rightarrow \tan^2 \alpha = 5$

۹)

$\frac{\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1}{\sin^2 x + \underbrace{2\cos^2 x}_{2(1 - \sin^2 x)} - 1} = 4 \rightarrow \frac{\sin^2 x - 2 + 2\sin^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 - 2\sin^2 x - 1} = \frac{3\sin^2 x - 1}{\underbrace{-\sin^2 x + 1}_{\cos^2 - 1 + 1}} = 4$ $\quad \frac{3\sin^2 x}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 4$

$= 3\tan^2 \alpha - \underbrace{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}_{-(1 + \tan^2 \alpha)} = 4$

$\rightarrow 2\tan^2 \alpha - 1 = 4$ $\quad 2\tan^2 x = 5$ $\quad \tan^2 x = \frac{5}{2}$

حل

الف) $\cos(۲۲,۵^\circ) = \cos\left(\frac{۴۵^\circ}{۲}\right) = \sqrt{\frac{\cos\alpha + ۱}{۲}} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۱}{۲}} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{۲}+۲}{۲}}{۲}} = \sqrt{\frac{\sqrt{۲}+۲}{۴}} = \frac{\sqrt{\sqrt{۲}+۲}}{۲}$

ب) $\sin(۶۷,۵^\circ) = \sin\left(\frac{۱۷۵^\circ}{۲}\right) = \sin\frac{\alpha}{۲} = \sqrt{\frac{-\cos\alpha + ۱}{۲}} = \sqrt{\frac{۱-(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})}{۲}} = \sqrt{\frac{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}} = \frac{\sqrt{\sqrt{۲}+۲}}{\sqrt{۴}} = \frac{\sqrt{\sqrt{۲}+۲}}{۲}$