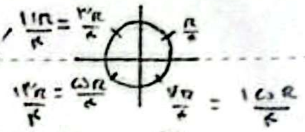
نام : فاطمه احدی　　شماره تکلیف : ۱۸　　کلاس : دهم دختر A

۱- الف) $\tan\frac{۱۱\pi}{۴}+\sin\frac{۱۵\pi}{۴}\cos\frac{۱۳\pi}{۴} \rightsquigarrow ۲\pi=\frac{۸\pi}{۴}$ دوره تناوب



$\tan\frac{۱۱\pi}{۴}=\tan\frac{۳\pi}{۴}\rightsquigarrow\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=-۱$ / $\sin\frac{۱۵\pi}{۴}=\frac{۷\pi}{۴}=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}$ / $\cos\frac{۱۳\pi}{۴}=\cos\frac{۵\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$-۱+\underbrace{\left(\frac{-\sqrt{۲}}{۲}\times-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)}_{\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}}=-۱+\frac{۱}{۲}=\underline{\frac{-۱}{۲}}$

ب) $\tan\frac{۱۷\pi}{۶}\sin\frac{۱۱\pi}{۳}+\cos\frac{۱۰\pi}{۳}\rightsquigarrow ۲\pi=\frac{۱۲\pi}{۶}\to\frac{۱۷\pi}{۶}=\overset{۲\pi}{\cancel{\frac{۱۲\pi}{۶}}}+\boxed{\frac{۵\pi}{۶}}\rightsquigarrow\tan\frac{۱۷\pi}{۶}=\tan\frac{۵\pi}{۶}=\frac{\frac{۱}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ $\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)$

$۲\pi=\frac{۶\pi}{۳}\rightsquigarrow\overset{۲\pi}{\cancel{\frac{۶\pi}{۳}}}+\frac{۵\pi}{۳}\rightsquigarrow\sin\frac{۱۱\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۳}=\underline{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ ، $\frac{۱۰\pi}{۳}=\overset{۲\pi}{\cancel{\frac{۶\pi}{۳}}}+\frac{۴\pi}{۳}\rightsquigarrow\cos\frac{۱۰\pi}{۳}=\cos\frac{۴\pi}{۳}=\underline{\frac{-۱}{۲}}$

$\underbrace{\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)}_{\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}}-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}=۰$

۲- $\cot x=۴\rightsquigarrow ۱+\cot^۲x=\frac{۱}{\sin^۲x}\rightsquigarrow\underset{۱۷}{۱+۱۶}=\frac{۱}{\sin^۲x}\rightsquigarrow ۱۷\sin^۲x=۱\rightsquigarrow\sin x=\pm\frac{۱}{\sqrt{۱۷}}=\frac{\sqrt{۱۷}}{۱۷}$

$\sin^۲x=\frac{۱}{۱۷}$

$\sin^۲x+\cos^۲x=۱\rightsquigarrow\cos^۲x=\underset{\frac{۱۷}{۱۷}}{\cancel{۱}}-\frac{۱}{۱۷}=\frac{۱۶}{۱۷}\rightsquigarrow\cos x=\pm\frac{۴}{\sqrt{۱۷}}=\pm\frac{۴\sqrt{۱۷}}{۱۷}\rightsquigarrow$ sin و cos هم علامت چون cot > ۰

$\frac{۳\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}\rightsquigarrow\frac{۱۲\frac{\sqrt{۱۷}}{۱۷}-\frac{\sqrt{۱۷}}{۱۷}}{\frac{۴\sqrt{۱۷}}{۱۷}+\frac{\sqrt{۱۷}}{۱۷}}=\frac{\frac{۱۱\sqrt{۱۷}}{\cancel{۱۷}}}{\frac{۵\sqrt{۱۷}}{\cancel{۱۷}}}=\underline{\frac{۱۱}{۵}=۲/۲}$

اگر sin x و cos x را منفی در نظر بگیریم نیز حاصل $\frac{۱۱}{۵}$ می‌شود ــ جواب تفاوتی نمی‌کند

۳- $\sin\alpha=۲\cos\alpha\rightsquigarrow\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha=۲$ ، $\alpha\to$ ربع ۳ ، $\cos\alpha=?$

منفی چون ربع ۳ است

$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\rightsquigarrow ۱+\underset{۲^۲}{۴}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\rightsquigarrow ۵=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\rightsquigarrow\cos^۲\alpha=\frac{۱}{۵}\rightsquigarrow\cos\alpha=\pm\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

پس $\cos\alpha=\frac{-۱}{\sqrt{۵}}=-\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

۴- الف) α ربع ۲ ، $\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\rightsquigarrow\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha\right)$

منفی چون در ربع ۲

$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱\rightsquigarrow\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha\rightsquigarrow\cos^۲\alpha=۱-\frac{۲}{۱۰۰}=\frac{۹۸}{۱۰۰}=\frac{۴۹}{۵۰}\to\cos\alpha=\pm\frac{۷}{\underset{۵\sqrt{۲}}{\sqrt{۵۰}}}$

$\cos\alpha=\frac{-۷}{۵\sqrt{۲}}=\frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}$ ، $\cos\frac{۱۱\pi}{۴}\overset{*}{=}-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\rightsquigarrow\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha\right)=\left(-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}\right)\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)-\left(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\right)\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)=$

$\frac{۱۴}{۲۰}-\frac{۲}{۲۰}=\frac{۱۲}{۲۰}$

$*\ ۲\pi=\frac{۸\pi}{۴}\to\frac{۸\pi+۳\pi}{۴}\rightsquigarrow\frac{۱۱\pi}{۴}=\frac{۳\pi}{۴}\to\cos\frac{۱۱\pi}{۴}=\cos\frac{۳\pi}{۴}$

«$\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۳}{۵}$»

ادامه سؤال ۴ -

ب) α ربع ۱ ، $\tan\alpha = \frac{۱}{۷}$ $\quad \sin\left(\frac{۱۳\pi}{۴}+\alpha\right)$

$*\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$1+\tan^{۲}\alpha = \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha} \rightsquigarrow ۱+\frac{۱}{۴۹} = \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha} \Rightarrow \frac{۴۹}{۵۰} = \cos^{۲}\alpha \to \cos\alpha = \pm\frac{۷}{۵\sqrt{۲}} = +\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$

ربع ۱ ، ت.ت.ع ↲

$\sin^{۲}\alpha = ۱-\cos^{۲}\alpha \Rightarrow ۱-\frac{۴۹}{۵۰} = \frac{۱}{۵۰} = \sin^{۲}\alpha \to \sin\alpha = \pm\frac{۱}{۵\sqrt{۲}} = +\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$

ت.ت.ع ↲

$۲\pi = \frac{۸\pi}{۴} + \frac{۵\pi}{۴} \to \sin\frac{۵\pi}{۴} = \sin\frac{۱۳\pi}{۴} = \frac{-\sqrt{۲}}{۲} \rightsquigarrow \sin\left(\frac{۱۳\pi}{۴}+\alpha\right) = \left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)\left(\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}\right) + \left(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\right)\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right) =$

$\frac{-۱۴}{۲۰} + \left(\frac{-۲}{۲۰}\right) = \frac{-۱۶}{۲۰} = \underline{\underline{\frac{-۴}{۵}}}$

۵- $۲\sin^{۲}x + \cos^{۲}x = \frac{۴}{۳}$ ، $\tan^{۲}x = ?$

$\sin^{۲}x = ۱-\cos^{۲}x \rightsquigarrow ۲(۱-\cos^{۲}x)+\cos^{۲}x = \frac{۴}{۳} \rightsquigarrow -\cos^{۲}x + \underset{\frac{۶}{۳}}{۲} = \frac{۴}{۳} \rightsquigarrow \cancel{-}\cos^{۲}x = \frac{۴-۶}{۳} = \cancel{-}\frac{۲}{۳}$

$\cos^{۲}x = \frac{۲}{۳}$ ، $\sin^{۲}x = ۱-\cos^{۲}x = ۱-\frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳}$ $\quad \tan^{۲}x = \frac{\sin^{۲}x}{\cos^{۲}x} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

۶- $\sqrt{۳}$ ، ۶ ، $\alpha \to$ زاویه بین $\quad S = ۴٫۵ \quad \frac{\max\alpha}{\min\alpha} = ?$

$S = \frac{۱}{۲}ab\sin\alpha \to \frac{۱}{\cancel{۲}}\times\sqrt{۳}\times\overset{۳}{\cancel{۶}}\times\sin\alpha = ۴٫۵ \rightsquigarrow ۳\sqrt{۳}\times\sin\alpha = ۴٫۵$

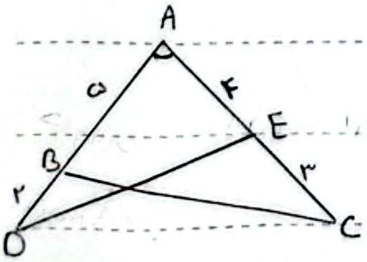
$\sin\alpha = \frac{\frac{\overset{۱۵}{\cancel{۴۵}}}{۱۰}}{\frac{۳\sqrt{۳}}{۱}} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۱۵}}}{\underset{۲}{\cancel{۱۰}}\sqrt{۳}} = \frac{۳}{۲\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{\cancel{۳}\sqrt{۳}}{\cancel{۶}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightsquigarrow \alpha = ۶۰^\circ$ یا $۱۲۰^\circ \quad \frac{۱۲۰}{۶۰} = \boxed{۲}$

۷- $\frac{a}{b} = \frac{۲}{۳}$ $\quad S = ab\sin\underset{۱۵۰^\circ ↲}{\alpha} = ۵۴ \rightsquigarrow (۲k)(۳k)\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۵۴ \to ۶k^{۲} = ۵۴\times۲ = ۱۰۸$

↲ $a = ۲k$ ، $b = ۳k$ $\quad \sin۱۵۰^\circ = \frac{۱}{۲}$ $\quad$ ↲ $k^{۲} = ۱۸ \to k = \pm\sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$

ع.ت.ت ↲

$a = ۲(۳\sqrt{۲}) = ۶\sqrt{۲}$ ، $b = ۳(۳\sqrt{۲}) = ۹\sqrt{۲} \to$ محیط متوازی الاضلاع $= ۲(a+b) = ۲(\underbrace{۶\sqrt{۲}+۹\sqrt{۲}}_{۱۵\sqrt{۲}}) = \underset{\sim\sim}{۳۰\sqrt{۲}}$



۸- $S_{ABC} - S_{ADE} = ۱٫۷۵$

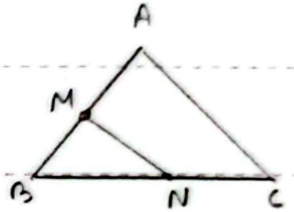
$\left(\frac{۱}{۲}\times۵\times۷\sin A\right) - \left(\frac{۱}{۲}\times۴\times۷\times\sin\alpha\right) = ۱٫۷۵ \to \frac{۳۵}{۲}\sin\alpha - ۱۴\sin\alpha = ۳٫۵\alpha = ۱٫۷۵$

$\sin\alpha = \frac{۱٫۷۵}{۳٫۵} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$ زاویه حاده $\quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightsquigarrow \underset{\sim\sim}{\alpha = ۳۰^\circ}$

$\tan\alpha = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$

$\{NC = \frac{۲}{۳} BN\}$

$۲\overline{BN} = ۳\overline{NC}$, $S_{ABC} = ۳ S_{BMN}$, $\frac{BM}{AM} = ?$ — ۹



$S_{ABC} = \cancel{\frac{۱}{۲}} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B = ۳ \times \underbrace{(\frac{۱}{۲} \times \overline{BM} \times \overline{BN} \times \sin B)}_{S_{BMN}}$

$(\overline{AB} \times \overline{BC}) = ۳ \times \overline{BM} \times \overline{BN} \Rightarrow (\overline{AM} + \overline{BM})\underbrace{(\overline{BN} + \overline{NC})}_{\frac{۵}{۳}\overline{BN}} = ۳(\overline{BM} \times \overline{BN})$

$\frac{۵}{۳}\cancel{\overline{BN}}(\overline{AM} + \overline{BM}) = ۳ \times \overline{BM} \times \cancel{\overline{BN}} \rightsquigarrow \underbrace{\frac{۵}{۳}(\overline{AM} + \overline{BM})}_{\frac{۵}{۳}\overline{AM} + \frac{۵}{۳}\overline{BM}} = ۳\overline{BM} \rightsquigarrow (\frac{۵}{۳}\overline{AM} = \frac{۴}{۳}\overline{BM})۳$

$۵\overline{AM} = ۴\overline{BM} \rightarrow \overline{BM} = \frac{۵}{۴}\overline{AM} \rightsquigarrow$ $《\frac{BM}{AM} = \frac{۵}{۴}》$

$\frac{۱}{\sqrt{\cos^۲\alpha}} - \tan\alpha = \frac{۱ + \sin\alpha}{|\cos\alpha|}$, $\underbrace{\frac{\overset{+}{|\sin\alpha|}}{\cos\alpha}} = (-\frac{۱}{\cot\alpha}) \Rightarrow |\sin\alpha| = -\sin\alpha \to \overset{①}{\sin\alpha < ۰}$ — ۱۰

$\hookrightarrow \frac{۱}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{۱ - \sin\alpha}{\cos\alpha}$ (if $\cos > ۰$)$\}$ $\hookrightarrow \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\hookrightarrow \frac{۱ - \sin\alpha}{\cos\alpha} \rightsquigarrow \frac{۱ + \sin\alpha}{\cos\alpha} \rightsquigarrow ۱ - \sin\alpha = ۱ + \sin\alpha \to \sin\alpha = ۰ \longrightarrow \sin < ۰$ [illegible] ✗

(if $\cos < ۰$) $\Rightarrow \frac{۱}{-\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \frac{۱ + \sin\alpha}{-\cos\alpha} \rightsquigarrow \frac{۱ + \sin\alpha}{-\cos\alpha} = \frac{۱ + \sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \overset{②}{\cos\alpha < ۰}$ ✓

$\sin < ۰$, $\cos < ۰ \rightsquigarrow$ (ربع ۳)