

۱۳، ۹، ۴، ۱۴

» بنام خدا «

برای حل محضی

۱) حامل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 1 + \frac{-\sqrt{2}}{2} \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = -1 + 0.5 = \boxed{-0.5}$$

$$\text{ب) } \tan \frac{11\pi}{4} \sin \frac{11\pi}{4} + \cos \frac{10\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{-1}{2} + \frac{-1}{2} = \boxed{-1}$$

۲) اگر $\cot \alpha = 4$ باشد، مقدار $\frac{3\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ را بیابید.

$$\frac{3\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{3\cot \alpha - 1}{\cot \alpha + 1} = \frac{3 \times 4 - 1}{4 + 1} = \boxed{\frac{11}{5}}$$

۳) اگر $\sin \alpha = 2\cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع دوم ختمانی باشد، مقدار $\cos \alpha$ را بیابید.

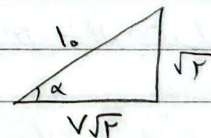
$$\sin^2 \alpha = 4\cos^2 \alpha \rightarrow 5\cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \boxed{\frac{-\sqrt{5}}{5}}$$

۴) به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) اگر انتهای کمان α در ربع دوم ختمانی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ را بیابید.

$$\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \cos \frac{3\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{3\pi}{4} \sin \alpha = \frac{11\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{-\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{-1-1}{10} = \boxed{-0.2}$$

۵) اگر $2\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{4}{3}$ باشد حاصل $\tan^2 \alpha$ را بیابید.

$$1 + \sin^2 \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

۶) مثلث ABC با اضلاع ۳، ۴، و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث ۴.۵ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

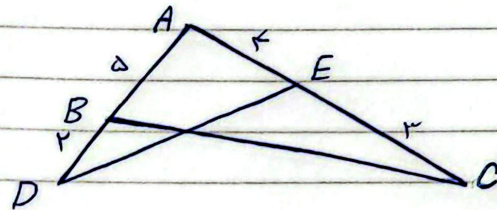
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin \alpha = \frac{6}{5} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = \{60^\circ, 120^\circ\} \quad \frac{120^\circ}{60^\circ} = \boxed{2}$$

۷) دایک متوالی الاضلاع به مساحت ۵۴ نسبت اضلاع مجاور، ۲ به ۳ است. اگر زاویه بزرگترین ضلع مجاور: ۱۵۰ باشد، محیط متوالی الاضلاع را بیابید.

$$x \times x \times 3x \times \frac{1}{x} \times \sin 150^\circ = 54 \rightarrow x^2 = \frac{108}{2} = 54 \rightarrow x = 6$$

$$\rightarrow \text{محیط} = 2(2x + 3x) = 10x = 10 \times 6 = \boxed{60}$$

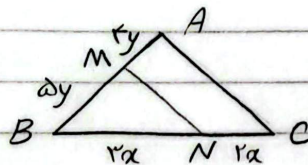
۸) در شکل زیر اختلاف مساحت مثلث های ABC ، ADE برابر ۱.۷۵ است. $\tan \hat{A}$ را بیابید. ($\hat{A}$ حاده)



$$\frac{1}{2} \times \sin \hat{A} (x \times v - y \times z) = 1.75 \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{y}{x} \times \frac{z}{v} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \hat{A} = 30^\circ \rightarrow \tan \hat{A} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

۹) نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB ، BC در مثل ABC انتخاب شده اند. اگر $2\overline{BN} = 2\overline{NC}$ ، مساحت مثلث ABC ، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ را بیابید.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BMN}} = \frac{\frac{1}{2} \times \sin \hat{B} \times x \times AB}{\frac{1}{2} \times \sin \hat{B} \times z \times BM} = 3 \rightarrow \frac{AB}{BM} = \frac{3}{1} \rightarrow \frac{BM}{AM} = \boxed{\frac{5}{2}}$$

۱۰) اگر $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ ، $\frac{1}{\sqrt{\cos \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ ، انتهای گمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \cos \alpha < 0$$

در ناحیه ۳