

۱۴۴، ۹، ۱۳

« بنام خدا »

۱۵۵/۵

برای حل محلی

۱) حامل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \frac{-\sqrt{2}}{2} \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = -1 + 0.5 = -0.5$

ب) $\tan \frac{11\pi}{4} \sin \frac{11\pi}{4} + \cos \frac{11\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

$-\tan \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) اگر $\cot \alpha = 4$ باشد، مقدار $\frac{3\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ را بیابید.

$\frac{3\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{3\cot \alpha - 1}{\cot \alpha + 1} = \frac{3 \times 4 - 1}{4 + 1} = \frac{11}{5}$

۳) اگر $\sin \alpha = 2\cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع دوم خنثی باشد، مقدار $\cos \alpha$ را بیابید.

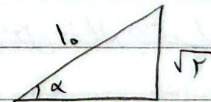
$\sin^2 \alpha = 4\cos^2 \alpha \rightarrow 5\cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

۴) به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره خنثی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ را بیابید.

$\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha) = \cos \frac{11\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{11\pi}{4} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha$

$\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{5}}{5} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{-\sqrt{5}-1}{10} = -0.18$

$\frac{-\sqrt{5}-1}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{-\sqrt{10}-\sqrt{2}}{100} = -0.018$



۵) اگر $2\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{4}{3}$ باشد حاصل $\tan^2 \alpha$ را بیابید.

$1 + \sin^2 \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$

۶) مثلث ABC با اضلاع ۳، ۴، و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث ۴.۵ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin \alpha = 4.5 \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = \{60^\circ, 120^\circ\} \rightarrow \frac{120^\circ}{60^\circ} = 2$

$$S = 2 \times 2n \times 3n \times \frac{1}{2} \times \sin \frac{\alpha}{2} = 3n^2 = 6 \rightarrow n^2 = 1 \rightarrow n = 1$$

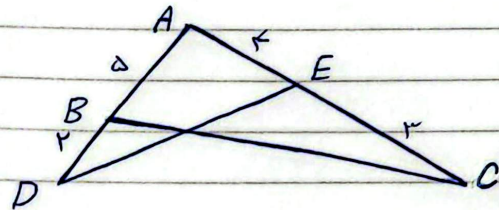
$$P = (2n + 3n) \times x \rightarrow 10n = 30 \rightarrow n = 3$$

۷. دایک متوالی الاضلاع به مساحت ۴۴ نسبت دضلع مجاور، ۲ است. اگر زاویه بزرگترین دضلع مجاور: ۱۵۰ باشد، محیط متوالی الاضلاع را بیابید.

$$2x \times 3x \times \frac{1}{2} \times \sin 150^\circ = 44 \rightarrow x^2 = \frac{10.8}{2} = 5.4 \rightarrow x = \sqrt{5.4}$$

$$\rightarrow \text{جواب} = 2(2x + 3x) = 10x = 10 \times \sqrt{5.4} = \boxed{9}$$

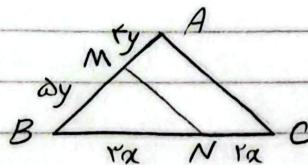
۸. در شکل زیر اختلاف مساحت مثلث های ABC , ADE برابر ۱.۷۵ است. $\tan \hat{A}$ را بیابید. ($\hat{A}$ حاده)



$$\frac{1}{2} \times \sin \hat{A} (2 \times 3 - 3 \times 4) = 1.75 \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \hat{A} = 30^\circ \rightarrow \tan \hat{A} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

۹. تقاطع M و N به ترتیب روی اضلاع AB , BC در مثلث ABC انتخاب شده اند. اگر $2BN = 2NC$ مساحت مثلث ABC ، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ را بیابید.



$$\frac{S_{ABC}}{S_{BMN}} = \frac{\frac{1}{2} \times \sin \hat{B} \times 5x \times AB}{\frac{1}{2} \times \sin \hat{B} \times 2x \times BM} = 3 \rightarrow \frac{AB}{BM} = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{BM}{AM} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

۱۰. اگر $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ است، $\frac{1}{\sqrt{\cos \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ باشد، انتهای گمان α در کدام ناحیه مثلثاتی

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \cos \alpha < 0$$

در ناحیه ۳