تکلیف ۱۸

ماندانا اسماعیلی نژاد ۲۵

۱) الف) $\tan\frac{۱۱\pi}{۴} + \sin\frac{۱۵\pi}{۴}\cos\frac{۱۳\pi}{۴} \Rightarrow \tan(۲\pi+\frac{۳\pi}{۴}) + \sin(۱۲\pi+\frac{۳\pi}{۴})\cos(۱۲\pi+\frac{\pi}{۴})$

۲ ضرایب زوج π ، ضرایب فرد π

$-۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow -۱ + \frac{۱}{۲} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$ ، $\frac{۱}{۲}$

یا $\Rightarrow \tan(\frac{۳\pi}{۴}) + \sin(\frac{۷\pi}{۴}) \times \cos(\frac{۵\pi}{۴}) = -\frac{۱}{۲}$

ب) $\tan\frac{۱۷\pi}{۶}\sin\frac{۱۱\pi}{۳} + \cos\frac{۱۰\pi}{۳} \Rightarrow \tan(۲\pi+\frac{۵\pi}{۶}) \times \sin(۳\pi+\frac{۲\pi}{۳}) + \cos(۲\pi+\frac{۴\pi}{۳})$

$-\frac{\sqrt{۳}}{۳} \times -\frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۱}{۲} = \boxed{۰}$

$+\frac{۳}{۶} = +\frac{۱}{۲}$

یا $\Rightarrow \tan(\frac{۵\pi}{۶}) \times \sin(\frac{۵\pi}{۳}) + \cos(\frac{۴\pi}{۳}) = ۰$

---

۲) $\cot x = ۴$ ، $\frac{۳\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ $\quad \frac{۳\times(۴\sin x) - \sin x}{۴\sin x + \sin x} = \frac{۱۱\sin x}{۵\sin x} = \boxed{\frac{۱۱}{۵}}$

$\frac{\cos x}{\sin x} = ۴ \Rightarrow \cos x = ۴\sin x$ // جایگذاری

---

۳) $\sin a = ۲\cos a$ ، انتهای کمان a در ربع سوم ، $\cos a = ?$

$x^۲+y^۲=۱ \longrightarrow \sin^۲ a + \cos^۲ a = ۱ \xrightarrow{\text{جایگذاری}} (۲\cos a)^۲ + \cos^۲ a = ۱^۲ \Rightarrow ۴\cos^۲ a + \cos^۲ a = ۱$

$۵\cos^۲ a = ۱ \Rightarrow \cos^۲ a = \frac{۱}{۵} \longrightarrow \cos a = \pm\frac{۱}{\sqrt{۵}} \Rightarrow \cos a = \pm\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

جواب $\boxed{-\frac{\sqrt{۵}}{۵}}$ ← چون در ناحیه سوم است

---

۴) الف) $\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+a) \Rightarrow \cos(۲\pi+\frac{۳\pi}{۴}) \times \cos a - (\sin(۲\pi+\frac{۳\pi}{۴}) \times \sin a) \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times -\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$

$۱ - \sin^۲ a = \cos^۲ a \to ۱ - \frac{۲}{۱۰۰} = \cos^۲ a \Rightarrow \pm\sqrt{\frac{۹۸}{۱۰۰}} = \cos^۲ a \xrightarrow[\cos < ۰]{\text{ناحیه ۲}} \boxed{-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}}$ $\quad \frac{-۱۴+۲}{۲۰} = -\frac{۱۲}{۲۰} = \boxed{-\frac{۳}{۵}}$ جواب

$۱ + \tan^۲ a = \frac{۱}{\cos^۲ a} \Rightarrow \frac{۴۹}{۴۹} + \frac{۱}{۴۹} = \frac{۵۰}{۴۹} \Rightarrow \cos^۲ a = \pm\sqrt{\frac{۴۹}{۵۰}} \xrightarrow[\cos > ۰]{\text{ناحیه ۱}} \cos a = \boxed{\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}}$ ، $\boxed{\sin a = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}}$

ب) $\sin(\frac{۱۳\pi}{۴}+a) \Rightarrow \sin(۳\pi+\frac{\pi}{۴}) \times \cos a + \sin a \times \cos(۳\pi+\frac{\pi}{۴}) \Rightarrow -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰} + \frac{\sqrt{۲}}{۱۰} \times -\frac{\sqrt{۲}}{۲} =$

$\frac{-۱۴-۲}{۲۰} = -\frac{۱۶}{۲۰} = \boxed{-\frac{۴}{۵}}$ جواب

---

۵) $۲\sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳}$ ، $\tan^۲ x = ? \Rightarrow \frac{۱}{\cos^۲ a} - ۱ \Rightarrow \frac{۳}{۲} - \frac{۲}{۲} = \boxed{\frac{۱}{۲} \Rightarrow \tan^۲ x}$

$\sin^۲ a = ۱ - \cos^۲ a$

$۲(۱-\cos^۲ x) + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۲ - \cos^۲ x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۲}{۱\times۳} - \frac{۴}{۳} = \cos^۲ x \Rightarrow \cos^۲ x = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{\cos^۲ x} = \frac{۳}{۲}$

---

۶) $\boxed{\text{۲ برابر است}}$ جواب

$S_{ABC} \Rightarrow \sqrt{۳} \times ۶ \times \frac{۱}{۲} \times \sin a = \frac{۴۵}{۱۰} \Rightarrow ۳\sqrt{۳}\sin a = \frac{۴۵}{۱۰}$

$\sin a = \frac{۴۵}{۱۰} \times \frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$

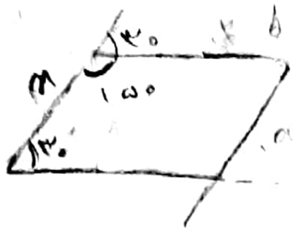
$\sin a = \frac{۴۵}{۱۰\cdot۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۹}$

$\frac{۱۲۰}{۶۰} = \boxed{۲}$ جواب

$۱۲۰° = a$ بیشترین مقدار ← $\boxed{\sin a = \frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

$۶۰° = a$ کمترین مقدار

۱۷) ضلع کوچکتر = ۳x ، ۲x

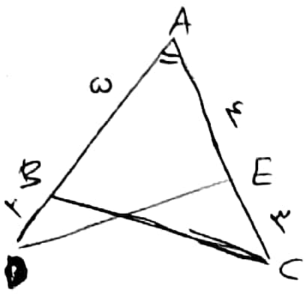


$\frac{a}{b} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow b = \frac{۳}{۲}a \Rightarrow x = \frac{۳x}{۲}$

مساحت متوازی الاضلاع $= a \times b \times \sin ۱۵۰^\circ \Rightarrow ۵۴ = x \times (\frac{۳x}{۲}) \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۵۴ = \frac{۳x^۲}{۴}$

$x^۲ = ۵۴ \times \frac{۴}{۳} \Rightarrow x^۲ = ۷۲ \Rightarrow x = ۶\sqrt{۲} = a \quad , b = \frac{۳}{۲} \times ۶\sqrt{۲} = ۹\sqrt{۲}$

محیط متوازی الاضلاع $= ۲ \times$ (اندازه ۲ ضلع مجاور) $\Rightarrow ۲ \times (۶\sqrt{۲} + ۹\sqrt{۲}) = \boxed{۳۰\sqrt{۲}}$



$S_{ABC} - S_{ADE} = ۱/۷۵ \Rightarrow (۵ \times ۷ \times \frac{۱}{۲} \times \sin \hat{A}) - (۷ \times ۴ \times \frac{۱}{۲} \times \sin \hat{A})$

$\tan \hat{A} = ?$

$\frac{۳۵}{۲} \sin \hat{A} - \frac{۲۸}{۲} \sin \hat{A} = ۱/۷۵ \Rightarrow \frac{۷}{۲} \sin \hat{A} = ۱/۷۵$

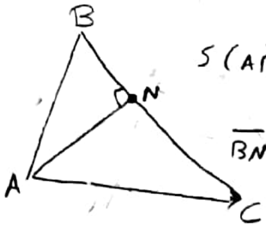
$\sin \hat{A} = \frac{۱۷۵}{۱۰۰} \times \frac{۲}{۷} = \frac{۱}{۲}$

$\sin \hat{A} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{\hat{A} = ۳۰^\circ}$ چون حاده است

$\tan \hat{A} = \boxed{\tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}}$

---

۱۶)



$۲\overline{BN} = ۳\overline{NC} \quad , S_{A\hat{B}C} = ۳ S_{B\hat{M}N} \quad \frac{BM}{AM} = ?$

$S(A\hat{B}N) = \frac{BN}{BC} \times S(ABC) = \frac{۳}{۵} \times ۳ \Rightarrow \frac{۹}{۵} \Rightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABC}} = \frac{BM}{BA} \times \frac{BN}{BC}$

ادامه در پایین صفحه

$\overline{BN} = \frac{۳}{۲}\overline{NC} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{۳}{۲}\overline{NC} + \overline{NC} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{۵}{۲}\overline{NC} \Rightarrow \frac{BN}{BC} = \frac{\frac{۳}{۲}NC}{\frac{۵}{۲}NC} = \frac{۳}{۵} \quad , \frac{NC}{BC} = \frac{۲}{۵}$

---

۱۵)

$\sin < ۰$ ، $\cos > ۰$ یا $\cos < ۰$

$\frac{۱}{\sqrt{\cos^۲ a}} - \tan a = \frac{۱ + \sin a}{|\cos a|} \Rightarrow \frac{۱ - ۱ - \sin a}{|\cos a|} = \frac{\sin a}{\cos a} \Rightarrow \frac{-\sin a}{|\cos a|} = \frac{\sin a}{\cos a}$

$\frac{|\sin a|}{\cos a} = -\frac{۱}{\cot a}$ ، $\sin a > ۰$

$\cos a > ۰ \longrightarrow$ ناحیه ۳ و چهار

$\frac{|\sin a|}{\cos a} = \frac{-\sin a}{\cos a} \Rightarrow \sin a > ۰ , \cos < ۰ \Rightarrow$ ناحیه ۲ و ۳

اشتراک $\Rightarrow$ ناحیه ۳ منفی

ادامه سوال ۹ $\Leftarrow$

$\frac{S_{BMN}}{S_{ABC}} = \frac{BM}{BA} \times \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{BM}{BA} \times \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{۵}{۹}$

$BA = BM + AM \Rightarrow AM = BA - BM = BA(۱ - \frac{BM}{BA}) , ۶ \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{\frac{۵}{۹}BA}{\frac{۴}{۹}BA} = \frac{۵}{۴}$

$\boxed{\frac{BM}{AM} = \frac{۵}{۴}}$