۱۴،۷۵

کمتی سبزعلی

آخرین $= n^2 = ۸۱$ ‏ اولین $= ۶۵$ ‏ (۲) $\to$ ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰ و ۱۷ ‏ $+(-1)$ ‏ $+1$ ‏ $+3$ ‏ $+5$ ‏ $+7$ ‏ $\boxed{a=1}$

$an^2 - 2n + 2 \to n = 9 \to ۸۱ - ۱۸ + ۲ = \boxed{۶۵}$

$b = \frac{a+c}{2} = \frac{۶۵ + ۸۱}{۲} = \boxed{۷۳}$

(۲) ✓

اولین عدد: ۱ و ۴ و ۱۳ و ۴۰ و ۱۲۱ ‏ $+3$ ‏ $+9$ ‏ $+27$ ‏ $+81$ ‏ $\times 3$ ‏ $\times 3$ ‏ $\times 3$

دسته ۵ام اولین عدد $= \boxed{۱۲۱}$ ‏ آخرین $= ۱۲۱ \times ۳ = \boxed{۳۶۳}$

میانگین اعداد $= \frac{۳۶۳ + ۱۲۱}{۲} = \boxed{۲۴۲}$

(۲) ✓

$$a_n = \begin{cases} 2k & ; n = 3k \\ -2k+4 & ; n = 3k+1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right] + a & ; n = 3k+2 \end{cases}$$

۰ و ۳ و ۶ و ... ‏ $+3$ ‏ $+3$

$\to n =$ ۱ و ۴ و ۷ و ...

$\to$ ۲ و ۵ و ۸ و ۱۱ و ...

$a_0 = 1$ ‏ $a_1 = 4$ ‏ $a_2 = 1 + a$

$a_3 = 2$ ‏ $a_4 = 2$ ‏ $a_5 = 1 + a$

$a_6 = 4$ ‏ $a_7 = 0$ ‏ $a_8 = 2 + a$

$a_9 = 8$

$2 = 3k + 2 \to k = 0$

(۱)

مجموع: $1 + 4 + a + 2 + 2 + 1 + a + 4 + 0 + 2 + a + \overset{-2}{\cancel{8}} = 19 \to \cancel{25} + 3a = 19 \to \boxed{a = -2}$

$3a = -6$

$a = -2$

۵

$\underbrace{a_2 + a_5 + a_8 + \cdots + a_{29}}$ $= 10a\left(1 + 1 + 2 + 2 + \cdots + 2\right) = 10a + 18$

$-1 + (-1 + 0 + 0 + \ldots) = -2$

$10(\cancel{-2}) + 18 = \cancel{-2}\ \boxed{8}$

$n^2 = \frac{1}{70} \times (-14) = -\frac{1}{5}$ ‏ $-\frac{1}{5}n^2 + bn + c \to n = 5 \to -\frac{1}{5}(25) + 5b + c = 14$

$n = 7 \to -\frac{1}{5}(49) + 7b + c = 17/2$

$a_{15} = -\frac{1}{5}(225) + \cancel{60} - 1 = 14$

$a_1 = -\frac{1}{5}(1) + 3 = -2/8$

$\frac{a_{15}}{a_1} = \boxed{5} \to \frac{14}{2/8}$

$a_n = -\frac{1}{5}n^2 + 4n - 1$

$$\begin{cases} -5 + 5b + c = 14 \\ -9/8 + 7b + c = 17 \end{cases}$$

$-4/8 + 2b = 3/2$

$2b = 8$

$\boxed{b = 4}$

$\boxed{c = -1}$

(۲) ✓

5

$a_1 + ۳d = ۲a + b \rightarrow -۸a$ $\Big\{$ $a_1 + ۷d = ۷a + \cancel{b} \rightarrow -۳a$ ($-۱۰a$)

$۱۰a + b = ۰$

$b = -۱۰a$

$a_{۱۵} = ۱۵a + b \rightarrow ۱۵a - ۱۰a = ۵a$

$a_1 + ۳d = -۸a$

$a_1 + ۷d = -۳a$

$۴d = ۵a$

$d = \frac{۵}{۴}a$

۴ $\frac{۵a}{\frac{۵a}{۴}} = \boxed{۴}$

۲ ✓

6

$۹(a+d)^۲ = ۵(a+۲d)(a) + ۳(a+d)(a)$

$۹a_۲^{\,۲} + ۵a_۳ a_1 + ۳a_۲$

$۹a^۲ + ۹d^۲ + ۱۸d^۲ = ۵a^۲ + ۱۰ad + ۳a^۲ + ۳ad \rightarrow ۹(a^۲ + d^۲ + ۲ad) = ۵a^۲ + ۱۰ad$

خط خورده

$۹(a+d)^۲ = ۵a(a+۲d) + ۳a(a+d)$

$\rightarrow ۲a^۲ + ad - ۹d^۲ = ۰ \rightarrow a = \frac{-d \pm ۷d}{۴}$

$a = -۲d$

$a = \frac{۳d}{۲}$

۰

7

$\frac{a+c}{۲} = b$ $\quad a = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$ $\quad b = a+d \Big\}$ $c = a + ۲d$

$a = -۲d \rightarrow \frac{a_۴}{d} = \frac{a_1 + ۳d}{d} = ۱$

$a = \frac{۳d}{۲} =$ غلط

$\frac{c}{۴}, \frac{a}{۲}, b$ $\quad \left(\frac{a}{۲}\right)^۲ = \frac{c}{۴} \times b$ $\quad \left(\frac{a}{۲}\right)^۲ = \left(\frac{a+۲d}{۴}\right)(a+d)$

$a^۲ = (a+۲d)(a+d) \rightarrow \cancel{a^۲} = \cancel{a^۲} + ۳ad + ۲d^۲ \rightarrow ۳ad + ۲d^۲ = ۰ \rightarrow d(۳a + ۲d)$

$d \neq ۰$

$۳a + ۲d = ۰ \rightarrow d = -\frac{۳a}{۲}$

$r = \frac{\frac{a}{۲}}{\frac{c}{۴}} = \frac{\frac{a}{۲}}{\frac{(a+۲d)}{۴}} = \frac{۲a}{a+۲d}$

$d = -\frac{۳a}{۲}$

$q = \frac{۲a}{a + ۲\left(-\frac{۳a}{۲}\right)} = \frac{۲a}{a - ۳a} = \boxed{-۱}$

$۲q = -۲ =$

۱/۷۵

8

$b = ar$ ، $c = ar^2 \to 3b - 2a = c - 3b \to 3(ar) - 2a = ar^2 - 3(ar)$

$aq^2 + 3aq - 4a = 0 \xrightarrow[a \neq 0]{\div a} q^2 + 3q - 4 = 0 \to q = 1$ ✗ ، $q = -4$

$3ar - 2a = ar^2 - 3ar \to a(r^2 - 6r + 2) = 0 \quad r^2 - 6r + 2 = 0$

$\frac{a_9}{a_6} = q^3 = (-4)^3 = -64$

$r = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 8}}{2} = 3 \pm \sqrt{7} \qquad \frac{a_9}{a_6} = \frac{\cancel{a}r^8}{\cancel{a}r^5} = r^3 \to (3 \pm \sqrt{7})^3$

$a, b, c \xrightarrow{\text{هندسی}} a, aq, aq^2$

$3b, 2a, c \xrightarrow{\text{حسابی}} 3aq, 2a, aq^2 \xrightarrow{\text{واسطه}} \frac{3aq + aq^2}{2} = 2a$

9

$a_2 = ar \quad a_6 = ar^5 \quad \frac{ar^5}{ar^3} = 2 \qquad \frac{ar^5}{a^3 r^3} = \frac{r^2}{a^2} \to \frac{ar}{a^2} = \frac{r}{a}$

$\frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2 \to r^2 + ar = 2a^2 \to \frac{r^2}{a^2} = \frac{r}{a} = 2 \quad \boxed{\frac{r}{a} = k} \quad k^2 + k = 2$

$k^2 + k - 2 = 0$

$(k+2)(k-1) = 0 \quad k = 1$ یا $k = -2$

$\frac{r}{a} = 1 \to r = a \Big\} \quad \frac{r}{a} = -2 \to r = -2$

$\frac{a}{r} = -\frac{1}{2}$

(۲) ✓

10

$a_3^2 = a_4 \quad a_2 = 1 \quad a_3^3 = 27 \to a_3 = 3 \quad a_1 = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{r} \frac{-1}{3} = \frac{1}{9}$

$a_4 = 9 \quad a_1 = \frac{1}{3}$

$a_1 \underbrace{\to}_{\times 3} a_2 \underbrace{\to}_{\times 3} a_3 \underbrace{\to}_{\times 3} a_4$

(۲) ✓