نام و نام خانوادگی : مرضا سروی مدنی | پاسخنامه تکلیف شماره ۱۷ | کلاس دهم دهم A

۱

$\{1\}, \{2,3,4\}, \dots$ اولین عدد هر دسته $= (n-1)^2+1$ | n^2 آخرین عدد هر دسته

دسته نهم $\leadsto$ اولین عدد $= (9-1)^2+1 = 65$

آخرین عدد $9^2 = 81$ $\longrightarrow$ واسطه حسابی بین ۲ عدد اول و آخر دسته ۹ $= \frac{65+81}{2} = 73$

۲

دسته ۱ $\leadsto$ اولین عدد $= x$ ، آخرین عدد $= 3x$ ، میانگین اعداد $= \frac{x+3x}{2} = 2x$

دسته ۲ $\leadsto$ اولین عدد $= 3x+1$ ، آخرین عدد $= 9x+3$ ، $\quad\quad = \frac{3x+1+9x+3}{2} = 6x+2$

دسته ۳ $\leadsto$ اولین عدد $= 9x+4$ ، آخرین عدد $= 27x+12$ ، $\quad\quad = \frac{9x+4+27x+12}{2}$

دسته ۴ $\leadsto$ اولین عدد $= 27x+13$ ، آخرین عدد $= 81x+39$ ، $\quad\quad = \frac{36x+16}{2} = 18x+8$

$$= \frac{27x+13+81x+39}{2} = 54x+26$$

$2x, 6x+2, 18x+8, 54x+26 \xrightarrow{x=1} 2, 8, 26, 80$

میانگین اعداد در دسته nام $\leftarrow 2\times 3^{n-1} + 3^{n-1} - 1$

میانگین اعداد در دسته پنجم $= 2\times 3^4 + 3^4 - 1 = 242$

۳

$$a_n = \begin{cases} 2k & , n = 2k \\ -2k+4 & , n = 2k+1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right]+9 & , n = 3k+2 \end{cases}$$

$2k \leadsto n = 2, 6, 9, 12, \dots \quad k = 1, 2, 3, \dots$

$-2k+4 \leadsto n = 1, 4, 7, 10, \dots \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$\left[\frac{n}{k+2}\right]+9 \leadsto n = 3k+2 \leadsto n = 5, 8, 11, \dots \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$n=1 \leadsto k=0 \leadsto a_1 = 4$ / $n=2 \leadsto k=0 \leadsto a_2 = \left[\frac{2}{2}\right]+9 = 1+9$ /

$n=4 \leadsto k=1 \leadsto a_4 = 2$ / $n=5 \leadsto k=1 \leadsto a_5 = \left[\frac{5}{3}\right]+9 = 1+9$ /

$n=7 \leadsto k=2 \leadsto a_7 = 0$ / $n=8 \leadsto k=2 \leadsto \frac{a}{8} = \left[\frac{8}{4}\right]+9 = 2+9$ /

$n=0 \leadsto k=0 \leadsto a_0 = 2^0 = 1$

$n=3 \leadsto k=1 \leadsto a_3 = 2^1 = 2$

$n=6 \leadsto k=2 \leadsto a_6 = 2^2 = 4$

$n=9 \leadsto k=3 \leadsto a_9 = 2^3 = 8$

ادامه صفحه بعد $\leftarrow\leftarrow\leftarrow$

$a_0+a_1+\cdots+a_9 = 1+3+1+5+2+2+1+4+3+0+2+4+8 = 25+3a = 19$

$3a = -6 \rightsquigarrow a = (-2)$

$a_2+a_5+a_8+\cdots+a_{29} = 1+a+1+a+\boxed{8(2+a)} = 18+16a = 18-6 = (12)$

$*$

$$\left[\frac{3K+2}{K+2}\right] = \left[\frac{K+2}{K+2}+\frac{2K}{K+2}\right] = \left[1+\frac{2K}{K+2}\right] = 1+\left[\frac{2K}{K+2}\right] \rightarrow \left[\frac{2K}{K+2}\right] \rightarrow \frac{2K}{K+2} \geq 0$$

$2K \geq 0 \rightarrow K \geq 0$

$$\left[\frac{3K+2}{K+2}\right] = \begin{cases} 1+0 = 1 & [n=1, n=5] \\ 1+1 = 2 & [n=8, n=11] \\ & [n=14, \dots] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2K}{K+2} \geq 1 \rightsquigarrow 2K \geq K+2 \rightsquigarrow K \geq 2 \\ \frac{2K}{K+2} \geq 2 \rightsquigarrow 2K \geq 2K+4 \quad 0 \geq 4 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$a_5 = 14, a_7 = 17,2$

$a = \frac{1}{20} \times (-14) = \frac{-1}{5} \rightsquigarrow a_5 = \frac{-1}{5} \times 25 + 5b + c = 14 \rightsquigarrow -5 + 5b + c = 14$

$5b+c = 19$ $*_1$

$a_7 = \frac{-1}{5} \times 49 + 7b + c = 17,2 \rightsquigarrow -9,8 + 7b + c = 17,2$

$7b+c = 27$ $*_2$

$\boxed{a_n = \frac{-}{5} n^2 + 4n - 1}$

$7b+c-5b-c = 27-19 \rightarrow 2b = 8 \Rightarrow \underline{b=4} \rightsquigarrow 5(4)+c = 19 \rightsquigarrow \underline{c=(-1)}$

$$\frac{a_1 a_5}{a_1} = \frac{\frac{-1}{5} \times 15^2 + 15 \times 4 - 1}{+\frac{1}{5} \times 1^2 + 1 \times 4 - 1} = \frac{16}{\frac{16}{5}} = \boxed{5}$$

$a_4 = t_2 \qquad a_8 = t_7 \qquad t_1 = 0$

$a_4 + 4d = t_2 + 5d' \rightsquigarrow 4d = 5d'$

$t_{15} = t_{10} + 5d' = 0 + 5d' = 5d' \rightsquigarrow \frac{a_5}{d} = \frac{5d'}{d} = \frac{4d}{4} = \boxed{4}$

۶

$$۶a_۲^۲ = ۵a_۴a + ۲a_۴a \rightarrow ۶a_۲^۲ - ۲a+a = ۵a_۴a \rightarrow ۲a_۲(۲a_۲ - a) = ۵a_۴a$$

$$\xrightarrow[a_۲ = a_۱ + ۲d]{a_۲ = a_۱ + d} ۲a_۲(a_۱ + ۲d) = ۵(a_۱ + ۲d)a_۱$$

$$۲a_۲ = ۵a_۱ \rightsquigarrow ۲(a_۱ + d) = ۵a_۱$$

① $۲a_۱ + ۲d = ۵a_۱ \rightarrow ۲d = ۲a_۱$

② $a_۱ + ۲d = ۰ \rightsquigarrow a_۱ = (-۲d)$

$$\frac{a_۶}{d} = \frac{a_۱ + ۲۲d}{d} \rightarrow \begin{cases} a_۱ = (-۲d) & \frac{۲d - ۲d}{d} = \frac{d}{d} = ۱ \\ ۲d = ۲a_۱ & \frac{a_۱ + ۲a_۱}{۳a_۱} = \frac{۹}{۲} \end{cases}$$

۷

c, b, a دنباله حسابی $\rightsquigarrow b = c + d$ ، $a = c + ۲d$

$\frac{c}{۴}, \frac{a}{۲}, b$ دنباله هندسی $\rightsquigarrow \frac{a}{۲} = \frac{c}{۴} \times q$ ، $b = \frac{c}{۴} \times q^۲$

$$c + d = \frac{cq^۲}{۴} \rightsquigarrow \frac{cq^۲}{۴} - c = d \rightsquigarrow c(\frac{q^۲}{۴} - ۱) = d$$

$$c + ۲d = \frac{c}{۴} \times q \times ۲ \rightsquigarrow c + ۲d = \frac{cq}{۲} \rightsquigarrow \frac{cq}{۲} - c = ۲d \rightsquigarrow c(\frac{q}{۲} - ۱) = ۲d$$

$$\frac{c(\frac{q}{۲} - ۱)}{c(\frac{q^۲}{۴} - ۱)} = \frac{۲d}{d} \rightsquigarrow \frac{۱}{\frac{q}{۲} + ۱} = ۲ \rightsquigarrow ۱ = q + ۲ \rightsquigarrow \boxed{q = (-۱)} \rightarrow ۲q = (-۲)$$

۸

c, b, a دنباله هندسی $\rightsquigarrow b = cq$ ، $a = cq^۲$

$c, ۲a, ۳b$ دنباله حسابی $\rightsquigarrow ۲a = c + d$ ، $۳b = c + ۲d$

$$\begin{cases} ۳cq = c + ۲d \rightsquigarrow ۳cq - c = ۲d \rightsquigarrow c(۳q - ۱) = ۲d \\ ۲cq^۲ = c + d \rightsquigarrow ۲cq^۲ - c = d \rightsquigarrow c(۲q^۲ - ۱) = d \end{cases} \quad \frac{c(۳q-۱)}{c(۲q^۲-۱)} = \frac{۲d}{d} = ۲$$

$$۴q^۲ - ۲ = ۳q - ۱$$

$$۴q^۲ - ۳q - ۱ = ۰$$

$$\Delta = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \rightsquigarrow q = \frac{۳ \pm ۵}{۸} = \begin{cases} ۱ \\ -\frac{۱}{۴} \end{cases} \Rightarrow \boxed{q = -\frac{۱}{۴}}$$

(۱ غ ق ق)

$$\frac{a_۹}{a_۶} = q^۳ = (\frac{-۱}{۴})^۳ = \boxed{(\frac{-۱}{۶۴})}$$

$$\frac{a_2}{(a_1)^2}+\frac{a_1}{(a)^2}=2 \rightsquigarrow \frac{a_1 q^5}{a_1^2 q^2}+\frac{a_1 q}{a_1^2}=2 \rightsquigarrow \frac{q^2}{a_1^2}+\frac{q}{a_1}=2 \rightsquigarrow \frac{q^2}{a^2}+\frac{q}{a_1}-2=0$$

$$\left(\frac{q}{a_1}+2\right)\left(\frac{q}{a_1}-1\right)=0 \Rightarrow \frac{q}{a_1}=1 \text{ یا } (-2)$$

$$\frac{a^2}{a_2}=\frac{a_1^2}{a_1 q}=\frac{a_1}{q}=1 \text{ یا } \frac{-1}{2}$$

$$a_2^2=a_4 \quad , \quad a_5=27 \qquad a_2^2=a_2 q \rightsquigarrow a_2=q$$

$$\frac{a_5}{a_2}=\frac{27}{a_2}=\frac{27}{q}=q^2 \rightsquigarrow 27=q^3 \rightsquigarrow q=3$$

$$a_1=\frac{a_5}{q^4}=\frac{27}{3^4}=\frac{27}{81}=\frac{1}{3} \rightsquigarrow \frac{1}{2}-a_1=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$
