نام و نام خانوادگی: رها موسوی مددی　　پاسخنامه تکلیف شماره ۱۷　　کلاس دفتر دهم A

۲۰

۱
$\{1\}, \{2,3,4\}, \ldots$　اولین عدد هر دسته $=(n-1)^2+1$　　آخرین عدد هر دسته n^2

دسته نهم $\rightarrow (9-1)^2+1=65$ اولین عدد

$9^2=81$ آخرین عدد $\longrightarrow$ واسطه حسابی بین ۲ عدد اول و آخر دسته ۹ $= \dfrac{65+81}{2} = 73$

۲

۲
دسته ۱ $\rightarrow$ $x=$ اولین عدد ، آخرین عدد: $3x$ ، میانگین اعداد $= \dfrac{x+3x}{2} = 2x$

دسته ۲ $\rightarrow$ $3x+1=$ اولین عدد ، آخرین عدد $= 9x+3$ ، 〃 $= \dfrac{3x+1+9x+3}{2} = 6x+2$

دسته ۳ $\rightarrow$ $9x+4=$ اولین عدد ، آخرین عدد $=27x+12$ ، 〃 $= \dfrac{9x+4+27x+12}{2} = \dfrac{36x+16}{2} = 18x+8$

دسته ۴ $\rightarrow$ $27x+13$ اولین عدد ، آخرین عدد $= 81x+39$ ، 〃 $= \dfrac{27x+13+81x+39}{2} = 54x+26$

۲

$2x, 6x+2, 18x+8, 54x+26 \xrightarrow{x=1} 2\times 3^{n-1}+3^{n-1}-1 \leftarrow$ میانگین اعداد در دسته nام

میانگین اعداد در دسته پنجم $= 2\times 3^4+3^4-1 = 242$

۳

$$a_n = \begin{cases} 2K & , n=3K \rightarrow n=3,6,9,12,\ldots \quad K=1,2,3,\ldots \\ -2K+4 & , n=3K+1 \rightarrow n=1,4,7,10,\ldots \quad K=0,1,2,3,\ldots \\ \left[\dfrac{n}{K+2}\right]+a & , n=3K+2 \rightarrow n=2,5,8,11,\ldots \quad K=0,1,2,3,\ldots \end{cases}$$

$n=1 \rightarrow K=0 \rightarrow a_1=4$ / $n=2 \rightarrow K=0 \rightarrow a_2=\left[\frac{2}{2}\right]+a=1+a$ /

$n=4 \rightarrow K=1 \rightarrow a_4=2$ / $n=5 \rightarrow K=1 \rightarrow a_5=\left[\frac{5}{3}\right]+a=1+a$ /

$n=7 \rightarrow K=2 \rightarrow a_7=0$ / $n=8 \rightarrow K=2 \rightarrow a_8=\left[\frac{8}{4}\right]+a=2+a$ /

$n=0 \rightarrow K=0 \rightarrow a_0=2^0=1$

$n=3 \rightarrow K=1 \rightarrow a_3=2^1=2$

$n=6 \rightarrow K=2 \rightarrow a_6=2^2=4$

$n=9 \rightarrow K=3 \rightarrow a_9=2^3=8$

ادامه صفحه بعد ← ← ←

$a_{۰}+a_{۲}+\cdots+a_{۹}=۱+۴+۱+۵+۲+۲+۱+a+۴+۰+۲+a+۸=۲۵+۳a=۱۹$

$۳a=-۶ \to a=(-۲)$

$a_{۲}+a_{۵}+a_{۸}+\cdots+a_{۲۹}=۱+a+۱+a+\boxed{۸(۲+a)}=۱۸+۱۰a=۱۸-۲۰=(-۲)$ *

۲

*
$$\left[\frac{۳k+۲}{k+۲}\right]=\left[\frac{k+۲}{k+۲}+\frac{۲k}{k+۲}\right]=\left[۱+\frac{۲k}{k+۲}\right]=۱+\left[\frac{۲k}{k+۲}\right]\to\left[\frac{۲k}{k+۲}\right]\to\frac{۲k}{k+۲}\geqslant ۰$$

$۲k\geqslant ۰\to k\geqslant ۰$

$$\left[\frac{۳k+۲}{k+۲}\right]= \begin{cases} ۱+۰=۱ & [n=۱,n=۵] \\ ۱+۱=۲ & [n=۸,n=۱۱,n=۱۴,\ldots] \end{cases}$$

$\frac{۲k}{k+۲}\geqslant ۱\to ۲k\geqslant k+۲\to k\geqslant ۲$

$\frac{۲k}{k+۲}\geqslant ۲\to ۲k\geqslant ۲k+۴ \quad ۰\geqslant ۴$ غ ق ق

$a_{۵}=۱۴ , a_{۷}=۱۷٫۲$

$a=\frac{۱}{۷۰}\times(-۱۴)=\frac{-۱}{۵}\to a_{۵}=\frac{-۱}{۵}\times ۲۵+۵b+c=۱۴\to -۵+۵b+c=۱۴$

$۵b+c=۱۹$ *۱

$a_{۷}=\frac{-۱}{۵}\times ۴۹+۷b+c=۱۷٫۲\to -۹٫۸+۷b+c=۱۷٫۲$

$۷b+c=۲۷$ *۲

$\boxed{a_n=\frac{-۱}{۵}n^{۲}+۴n-۱}$

$۷b+c-۵b-c=۲۷-۱۹\to ۲b=۸\Rightarrow b=۴\to ۵(۴)+c=۱۹\to c=(-۱)$

$$\frac{a_{۱۵}}{a_{۱}}=\frac{\frac{-۱}{۵}\times ۱۵^{۲}+۱۵\times ۴-۱}{+\frac{-۱}{۵}\times ۱^{۲}+۱\times ۴-۱}=\frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۵}}=۵$$

۲

$a_{۴}=t_{۲} \qquad a_{۸}=t_{۷} \qquad t_{۱}=۰$

$a_{۴}+۴d=t_{۲}+۵d' \to ۴d=۵d'$

$t_{۱۵}=t_{۱۰}+۵d'=۰+۵d'=۵d' \to \frac{a_{۵}}{d}=\frac{۵d'}{d}=\frac{۴d}{d}=۴$

۲

$6a_2^2 = 5a_2 a + 3a_2 a \to 6a_2^2 - 3a + a = 5a_2 a \to 3a_2(2a_2 - a) = 5a_2 a$ 6

$\dfrac{a_3 = a_1 + 2d}{a_2 = a_1 + d} \to \quad 3a_2(a_1 + 2d) = 5(a_1 + 2d)a_1$

$3a_2 = 5a_1 \to 3(a_1 + d) = 5a_1$

(1) $3a_1 + 3d = 5a_1 \to 3d = 2a_1$

(2) $a_1 + 2d = 0 \to a_1 = (-2d)$

$\dfrac{a_4}{d} = \dfrac{a_1 + 3d}{d} \to a_1 = (-2d) \quad \dfrac{3d - 2d}{d} = \dfrac{d}{d} = \boxed{1}$

$\to 3d = 2a_1 \quad \dfrac{a_1 + 2a_1}{\frac{2}{3}a_1} = \boxed{\dfrac{9}{2}}$

ب ✓

---

c, b, a دنباله حسابی $\to b = c + d, \quad a = c + 2d$ 7

$\dfrac{c}{4}, \dfrac{a}{2}, b$ دنباله هندسی $\to \dfrac{a}{2} = \dfrac{c}{4} \times q, \quad b = \dfrac{c}{4} \times q^2$

$c + d = \dfrac{cq^2}{4} \to \dfrac{cq^2}{4} - c = d \to c\left(\dfrac{q^2}{4} - 1\right) = d$ ب ✓

$c + 2d = \dfrac{c}{4} \times q \times 2 \to c + 2d = \dfrac{cq}{2} \to \dfrac{cq}{2} - c = 2d \to c\left(\dfrac{q}{2} - 1\right) = 2d$

$\dfrac{c\left(\frac{q}{2} - 1\right)}{c\left(\frac{q^2}{4} - 1\right)} = \dfrac{2d}{d} \to \dfrac{1}{\frac{q}{2} + 1} = 2 \to 1 = q + 2 \to \boxed{q = (-1)} \to 2q = (-2)$

---

c, b, a دنباله هندسی $\to b = cq, \quad a = cq^2$ 8

$c, 2a, 3b$ دنباله حسابی $\to 2a = c + d, \quad 3b = c + 2d$

$$\left.\begin{aligned} 3cq = c + 2d &\to 3cq - c = 2d \to c(3q - 1) = 2d \\ 2cq^2 = c + d &\to 2cq^2 - c = d \to c(2q^2 - 1) = d \end{aligned}\right\} \dfrac{c(3q - 1)}{c(2q^2 - 1)} = \dfrac{2d}{d} = 2$$

$4q^2 - 2 = 3q - 1$

$4q^2 - 3q - 1 = 0$

$\Delta = 9 + 16 = 25 \to q = \dfrac{3 \pm 5}{8} = 1$ غ‌ق‌ق یا $\dfrac{-1}{4}$ ✓ $\Rightarrow \boxed{q = -\dfrac{1}{4}}$

$\dfrac{a_9}{a_6} = q^3 = \left(\dfrac{-1}{4}\right)^3 = \boxed{\left(\dfrac{-1}{64}\right)}$

ب ✓

$$\frac{a_۶}{(a_۲)^۳}+\frac{a_۲}{(a_۱)^۲}=۲ \rightsquigarrow \frac{a_۱q^۵}{a_۱^۳q^۳}+\frac{a_۱q}{a_۱^۲}=۲ \rightsquigarrow \frac{q^۲}{a_۱^۲}+\frac{q}{a_۱}=۲ \rightsquigarrow \frac{q^۲}{a_۱^۲}+\frac{q}{a_۱}-۲=۰$$ ۹

$$\Leftarrow \left(\frac{q}{a_۱}+۲\right)\left(\frac{q}{a_۱}-۱\right)=۰$$

$$\frac{q}{a_۱}=۱ \text{ یا } (-۲)$$

$$\frac{a_۱^۲}{a_۲}=\frac{a_۱^۲}{a_۱q}=\frac{a_۱}{q}=\boxed{۱ \text{ یا } \frac{-۱}{۲}}$$

۴ ✓

$$a_۳^۲=a_۴ \quad , \quad a_۵=۲۷ \qquad a_۳^۲=a_۳q \rightsquigarrow a_۳=q$$

$$\frac{a_۵}{a_۳}=\frac{۲۷}{a_۳}=\frac{۲۷}{q}=q^۲ \rightsquigarrow ۲۷=q^۳ \rightsquigarrow \boxed{q=۳}$$ ۱۰

۴ ✓

$$a_۱=\frac{a_۵}{q^۴}=\frac{۲۷}{۳^۴}=\frac{۲۷}{۸۱}=\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow \frac{۱}{۲}-a_۱=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}=\boxed{\frac{۱}{۶}}$$
