نام: سنا فاضلی — دهم A دخترانه — تکلیف: ۱۷

۵

۱- $\{1\}, \{2,3,4\}, \{5,6,7,8,9\}$ (۱ ، ۲ ، ۳)

n^2: عدد آخر ، عدد اول: $(n-1)^2+1$ (۲)

$q: \{50, \dots, 81\} \rightarrow \frac{81+50}{2} = \frac{131}{2} = 65.5$ واسطه حسابی ✓

۲- $\{1\}, \{2,3\}, \{4, \dots, 12\}, \{13, \dots, 39\}, \{40, \dots, 120\}, \{121, \dots, 363\}$

میانگین $= \frac{(363+121)}{2} = 242$ (۲) ✓

۳- $$a_n = \begin{cases} 2^k & ; n=3k \\ -2k+4 & ; n=3k+1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right]+a & ; n=3k+2 \end{cases}$$

$n=0,3,6,9,\dots$ ، $a_0=1$ ، $a_3=2$ ، $a_6=4$ ، $a_9=8$

$n=1,4,7,\dots$ ، $a_1=4$ ، $a_4=2$ ، $a_7=0$

$n=2,5,8,\dots,29$ ، $a_2=1+a$ ، $a_5=1+a$ ، $a_8=2+a$

$a_0+a_1+a_2+\dots+a_9 = 19 = 25+3a \rightarrow a=-2$ (۲) ✓

$a_2+a_5+a_8+\dots+a_{29} = 10a+18 = -6+18 = -2$

۴- $a_5=14 \rightarrow (25a+5b+c=14)\times(-1)$

$a_7=17.2 \rightarrow 49a+7b+c=17.2$

$\Rightarrow 24a+2b=3.2 \rightarrow 12a+b=1.6$

$a_0 = \frac{1}{70} \times (-14) = -0.2 \longrightarrow 25\times(-0.2)+b=1.6 \rightarrow b=6 \longrightarrow -5+30+c=14 \rightarrow c=11$

$a_{15} = 225(-0.2) + 15(6) + (-1) = 14$

$a_1 = -0.2+6+(-1) = 4.8$

$\frac{14}{4.8} = 5$ (۲) ✓

۵- فرض می کنیم دنباله حسابی $\rightarrow t_n = n-10$ ثابت $\rightarrow t_5 = 5$ (۲) ✓

$a_4 = 4-10 = -6$

$a_8 = 8-10 = -2$

$d = \frac{-2-(-6)}{8-4} = \frac{4}{4}$

$\rightarrow \frac{t_{10}}{d} = \frac{5}{\frac{5}{4}} = 4$

۶- فرض می کنیم: $d=1 \longrightarrow 4(a+1)^2 = 5(a+2)a + 3(a+1)a = 4a^2+12a+4 = 5a^2+10a+3d^2+3a$

$\rightarrow 2a^2+a-4=0 \rightarrow \Delta = b^2-4ac = 1+32 = 33$

$a = \frac{-b \pm \sqrt{33}}{2a} = -2, 1.5$

اگر $a=-2 \rightarrow a_4=1$: $(-2+3=1)$

اگر $a=1.5 \rightarrow a_4=4.5$: $(1.5+3=4.5)$ $\longrightarrow$ d به غلط فرض شده بود پس $\frac{a_4}{d}$ همان جواب چهارم هستند (۲) ✓

۷- $a+c=2b$

$\frac{1}{4}bc = \frac{1}{4}a^2 \rightarrow bc = a^2 \rightarrow a^2 = (a+d)(a+2d) = a^2+3ad+2d^2 \rightarrow 3ad+2d^2=0 \rightarrow 3a+2d=0 \rightarrow d=-\frac{3}{2}a$

$r a_4 = 2\left(\frac{\frac{1}{2}a}{b}\right) = \frac{a}{b} = \frac{a}{a+d} = \frac{a}{a-\frac{3}{2}a} = \frac{a}{-\frac{1}{2}a} = -2$ (۲) ✓

۸-

$b^2 = ac \rightarrow a = \frac{b^2}{c} \rightarrow 2(2a) = 3b + c \rightarrow 4a = 3b + c$

واسطه حسابی

$\rightarrow 4\left(\frac{b^2}{c}\right) = 3b + c \xrightarrow{\times c} 4b^2 = 3bc + c^2 \rightarrow c^2 + 3bc - 4b^2 = 0 \xrightarrow{\div b^2} \left(\frac{c}{b}\right)^2 + 3\left(\frac{c}{b}\right) - 4 = 0$

$\frac{c}{b} = x \rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (x+4)(x-1) = 0 \begin{cases} \rightarrow x = -4 \\ \rightarrow x = 1 \times \rightarrow \text{دنباله ثابت} \end{cases}$

$\frac{c}{b} = -4 \rightarrow \frac{b}{c} = \frac{-1}{4} \rightarrow \frac{ar^8}{ar^5} = r^3 = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}$ (۲) ✓

۹-

$\frac{a_4}{(a_2)^3} + \frac{a_2}{(a)^2} = 2 \rightarrow \frac{a_1 r^5}{(a_1 r)^3} + \frac{a_1 r}{a_1^2} = 2 \rightarrow \frac{a_1 r^5}{a_1^3 r^3} + \frac{r}{a_1} = 2 \rightarrow \frac{r^2}{a_1^2} + \frac{r}{a_1} = 2 \xrightarrow{\times a_1^2} r^2 + 2a_1 = 2a_1^2$

$a = 1$ فرض: $\rightarrow r^2 + r(1) = 2(1)^2 \rightarrow r^2 + r - 2 = 0 \rightarrow (r-1)(r+2) = 0 \begin{cases} \rightarrow r = 1 \\ \rightarrow r = -2 \end{cases}$

$\frac{a_1^2}{a_1 r} = \frac{a_1}{r} \rightarrow \frac{1}{1} = 1$
$\hookrightarrow -\frac{1}{2}$

(۲) ✓

۱۰-

$t_2 = \sqrt{t_4}$ ، $t_5 = 27$

$\underbrace{a}_{t_1}, \underbrace{ar}_{t_2}, \underbrace{ar^2}_{t_3}$

$ar^2 = \sqrt{ar^3} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 r^4 = ar^3 \rightarrow ar = 1 \rightarrow$ جمله دوم (۲) ✓

$ar^4 = 27 \rightarrow arr^3 = 27 \rightarrow r^3 = 27 \rightarrow r = 3$

$ar = 1 \xrightarrow{r=3} a = \frac{1}{3} \rightarrow$ جمله اول $\rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$