Date

۱۴۰۴/۰۸/۲۹

۲۵

«به نام خدا»

«پریا گل محمّدی»

۱) تبدیل های خواسته شده را برای زاویه های خواسته شده بیابید و α را مشخص کنید.

الف) $27^\circ = (\alpha)\ rad$ $\quad \frac{\alpha}{\pi} = \frac{27}{180} \rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{20}$

ب) $125^\circ = (\alpha)\ rad$ $\quad \frac{\alpha}{\pi} = \frac{125}{180} \rightarrow \alpha = \frac{25\pi}{36}$

ج) $\frac{5\pi}{12}\ rad = (\alpha)^\circ$ $\quad \frac{\frac{5\pi}{12}}{\pi} = \frac{\alpha}{180} \rightarrow \alpha = 75$

د) $\frac{4\pi}{9}\ rad = (\alpha)^\circ$ $\quad \frac{\frac{4\pi}{9}}{\pi} = \frac{\alpha}{180} \rightarrow \alpha = 80$

۲) سه زاویهٔ a درجه، $\frac{125a}{9}$ گراد، و $\frac{a\pi}{8}$ رادیان، زوایای داخلی یک مثلث هستند. a را برحسب درجه محاسبه کنید.

$\frac{\frac{125a}{9}}{200} = \frac{D_1}{180} \rightarrow D_1 = 12,5a$ درجه $\quad \frac{\frac{a\pi}{8}}{\pi} = \frac{D_2}{180} \rightarrow D_2 = 22,5a$ درجه

$\rightarrow 10a + 12,5a + 22,5a = 180 \rightarrow a(10 + 12,5 + 22,5) = 180 \rightarrow$

$a(45) = 180 \rightarrow a = \frac{180}{45} = \boxed{4}$

۳) حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $\cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ - \tan 45^\circ + 2\cot 45^\circ =$

$(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}) - (\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}) - 1 + 2 = 2 - 1 = \textcircled{1}$

ب) $\frac{\tan^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ}{\cot 30^\circ - \cot 60^\circ} = \frac{\frac{1}{3} + 1 + 3}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{13}{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{13}{2\sqrt{3}} = \boxed{\frac{13\sqrt{3}}{6}}$

۴) اگر برای زاویهٔ حادهٔ θ رابطهٔ زیر برقرار باشد، حاصل $\tan\theta$ را بیابید.

$-\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ = \sin^2\theta \rightarrow -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin^2\theta$

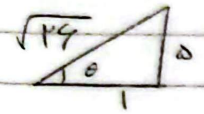
$\rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 30^\circ \rightarrow \tan\theta = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

P4PCO

۵) اگر $\frac{2\tan 30^\circ(1-\tan^2 30^\circ)}{(1-\tan^2 40^\circ)^2}=\tan\theta$ برقرار باشد، مقدار θ را برحسب رادیان بدست آورید. (θ زاویهٔ حاده است.)

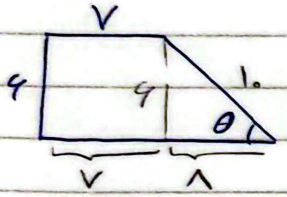
$$\tan\theta=\frac{2\times\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}}=\sqrt{3}\rightarrow\theta=60^\circ \qquad \frac{60}{180}=\frac{\theta\,rad}{\pi}\rightarrow\theta=\boxed{\frac{\pi}{3}}\ rad$$

۶) با فرض $\tan\theta=5$ حاصل عبارت $\frac{3\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta-4\cos\theta}$ را بدست آورید. (حاصل عددی)



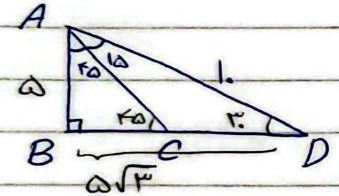
$$\sin\theta=\frac{5}{\sqrt{26}} \qquad \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{26}} \qquad \frac{\frac{15-1}{\sqrt{26}}}{\frac{5-4}{\sqrt{26}}}=15-1=\boxed{14}$$

۷) در شکل مقابل اگر $\sin\alpha=\frac{6}{10}$ محیط ذوزنقه را بدست آورید.



$$\text{محیط ذوزنقه}=7+6+10+8+7=\boxed{38}$$

۸) در شکل مقابل طول DC را بدست آورید.



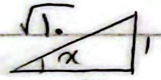
$$\overline{BC}=5\rightarrow\overline{DC}=5\sqrt{3}-5=\boxed{5(\sqrt{3}-1)}$$

۹) با توجه به مشخصات، گفته شده در مورد زاویهٔ θ ناحیهٔ مثلثاتی زاویه را مشخص کنید.

الف) با افزایش زاویهٔ θ مقدار $\sin\theta$ کاهش و مقدار $\cos\theta$ افزایش می‌یابد. ناحیهٔ سوم

ب) با افزایش زاویهٔ θ مقدار $\sin\theta$ و $\cos\theta$ هردو کاهش می‌یابد. ناحیهٔ دوم

۱۰) اگر $\tan\alpha=\frac{1}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیهٔ سوم باشد، مقدار $\sin\alpha$ را بدست آورید.



$\sin\alpha<0$

$$\sin\alpha=-\frac{\sqrt{10}}{10}$$