

سوال سوم) در یک دنباله ی هندسی داریم $1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{81}$ ، اگر جمله ی اول $a_1 = 243$ ، S_5

$$\underbrace{a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4}_{243} = \underbrace{243 \times \frac{121}{81}}_{121 \times 3 = 363} = 363$$

سوال چهارم) بین دو عدد ۲۴ و ۵ رابطه ی حسابی ، جمله ی وسطین این ۷ جمله A است
 اگر بین ۵ و ۲۴ رابطه ی هندسی ، جمله ی وسطین این ۷ جمله B است ، حاصل A+B

$$d = \frac{24 - 5}{6} = \frac{19}{6}$$

$$a_7 = A = a + 6d = 5 + 19 = 24$$

$$q = \frac{24}{5} = q^6 \Rightarrow q = 2$$

$$b_7 = a_7 q^6 = 5 \times 2^6 = 160$$

(A+B=184)

سوال پنجم) جمله ی اول ۱۰۸ ، جمله ی هفتم $-\frac{95}{4}$ ، $a_4 = -24$ ، با جمله ی هشتم تعداد جمله ی ... برابر
 ترتیب هندسی SS

$$t_n = 108 q^{n-1}$$

$$t_8 = 108 q^7 = -\frac{95}{4}$$

$$q^7 = \frac{-95}{486} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

$$a_n = -24 + (n-1) \times \frac{1}{3}$$

$$a_{10} = -24 + 9 \times \frac{1}{3} = -24 + 3 = -21$$

سوال ششم) در یک تعداد سری جلات هم رهنتم ، ششم جی تکرارده به جمله ی نهم از یک دنباله ی هندسی باشد
 عبارتهای دیگر برای ترتیب دنباله ی حسابی را بر حسب جمله ی اول تعداد حسابی به دست آرید

$$\begin{matrix} a_1 & a_4 & a_9 \\ a_1 + 3d & a_1 + 4d & a_1 + 8d \end{matrix}$$

$$(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 8d)$$

$$a_1^2 + 8d^2 + 12ad = a_1^2 + 11ad + 24d^2$$

$$2ad + 2d^2 = 0$$

$$2d(a + d) = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, d = 0$$

$$d = \frac{a}{1}$$

سوال هفتم) جلات دوم، چهارم، هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب در جمله ششمی، دهمی و سیزدهمی از یک دنباله هندسی هستند. اگر جمله اول این دنباله هندسی $\frac{1}{4}$ باشد، جمله دهم دنباله هندسی را بیابید.

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_4 & a_8 \\ a_1 & a_1 + 3d & a_1 + 7d \end{array}$$

$$(a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 7d)$$

$$a_1^2 + 6a_1d + 9d^2 = a_1^2 + 8a_1d + 7d^2$$

$$(-2a_1d) + 2d^2 = 0 \quad 2d(-a_1 + d)$$

$$d - a_1 = 0 \quad \boxed{a_1 = d}$$

غیر صفری چون در اول گفته شد $d = 0$

اگر $d = a_1 \rightarrow 2a_1, 4a_1, 8a_1$

$$\rightarrow r = \frac{4a_1}{2a_1} = 2$$

$$t_1 = \frac{1}{4} \rightarrow t_9 = \frac{1}{4} \times 2^8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \times 2^9 = 2^7 = 128$$

سوال هفتم) اگر به عبار جمله دوم و ۲ برابر جمله دوم در جمله ی ۱۴ ام یک دنباله هندسی غیر ثابت، به جمله ششمی یک دنباله حسابی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی SS

$$b_1 = br, b_2 = br^2, b_3 = br^3$$

$$3b_1, 2b_2, b_3$$

$$3(br), 2(br^2), br^3$$

$$3b_1r, 2b_2r^2, br^3$$

$$2(2b_2r^2) = 3b_1r + br^3$$

$$4(br^2) = 3(br) + br^3 \quad \div b$$

$$4r^2 = 3r + r^3$$

$$r^3 - 4r^2 + 3r = 0 \rightarrow r(r^2 - 4r + 3) = 0$$

$$r(r-1)(r-3) = 0$$

از جمله دوم به بعد ۰ نیست

۱ که چون غیر ثابت را نیست

۳ قبول

سوال نهم) در دنباله حسابی $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots$ اگر به جلات ۴ ام، هفتم، ۱۳ ام و سیزدهمی عبارت اضافه کنیم به ترتیب از راست به چپ به جمله ششمی از یک دنباله هندسی حاصل می شود. قدر نسبت هندسی SS

$$\Rightarrow d = -\frac{1}{4}$$

$$a_n = 1 - (n-1)\frac{1}{4}$$

$$\frac{a_1}{\frac{1}{4}} \quad \frac{a_8}{\frac{1}{4}} \quad \frac{a_{13}}{-1}$$

$$(a_1 + c)^2 = (a_{13} + c)(a_1 + c)$$

$$\left(\frac{1}{4} + c\right)^2 = (-1 + c)\left(\frac{5}{4} + c\right)$$

$$\frac{1}{16} + \cancel{c} + \frac{1}{4}c = -\frac{5}{4} - c + \frac{5}{4}c + c^2$$

$$\Rightarrow \boxed{c = \frac{-21}{4}}$$

$$a_{13} = -1 - \frac{21}{4} = -\frac{25}{4}$$

$$a_1 = \frac{1}{4} - \frac{21}{4} = -5$$

$$r = \frac{-\frac{25}{4}}{-5} \Rightarrow \cancel{\frac{25}{4}} \times \frac{1}{\cancel{5}} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

سوال دوم) حالات اول، چهارم، هفتم یک دنباله ی هندسی که مجموع آن ها ۷۳ باشد، به ترتیب حالات اول، دوم و هفتم یک دنباله ی حسابی هستند. قدرت دنباله ی حسابی را بیابید.

$$\begin{matrix} a_1 & a_4 & a_7 \\ a & ar^3 & ar^6 \end{matrix}$$

$$a + ar^3 + ar^6 = 73$$

$$a(1 + r^3 + r^6) = 73$$

$$\begin{matrix} t_1 = a & t_4 = ar^3 & t_7 = ar^6 \end{matrix}$$

$$ar^3 = a + d \Rightarrow d = a(r^3 - 1)$$

$$ar^6 = a + 2d$$

$$ar^6 = a + 2(a(r^3 - 1))$$

$$ar^6 = a + 2a(r^3 - 1)$$

$$a(1 - 2(r^3 - 1)) \Rightarrow a(3 - 2r^3)$$

$$ar^6 = a(3 - 2r^3)$$

$$r^6 = 3 - 2r^3$$

$$x^2 = 3 - 2x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (x-1)(x-1) = 0$$

اس $\rightarrow x=1 \rightarrow r=1$ دنباله ی حسابی نیست

$\rightarrow x=1 \Rightarrow r=2$ ✓

$$a(1 + r^3 + r^6) = 73$$

$$a(1 + 1 + 4) = a \times 73 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

(بخش این رسمی نیست)
آرترور هیچ گرفتیم

$$d = a(r^3 - 1) = 1 \times (8 - 1)$$

$$\leftarrow \boxed{7}$$