۱۶٫۵

۱	$a_1+a_2+a_3=21$ یا $a_1\times a_2\times a_3=64 \rightsquigarrow \frac{a_2}{q}\times a_2\times a_2q=a_2^3=64 \Rightarrow a_2=4$ $a_1\times a_3=16 \rightsquigarrow a_1^2q^2=16$ $a_1+a_3=17 \rightsquigarrow a_1+a_1q^2=17 \xrightarrow{a_1q^2=\frac{16}{a_1}} a_1+\frac{16}{a_1}=17 \rightsquigarrow a_1^2-17a_1+16=0 \rightsquigarrow a_1=1$ یا 16 $a_1=1,\ a_2=4 \rightsquigarrow q=4$ غ ق $(q\notin W)$ $a_1=16,\ a_2=4 \rightsquigarrow \boxed{q=\frac{1}{4}\ ✓}$ ۳	
۲	$x^2+4,\ 2x,\ x^2-2 \rightsquigarrow 4x^2=(x^2+4)(x^2-2)=x^4+2x^2-8 \rightsquigarrow x^4-2x^2-8=0 \rightsquigarrow (x^2-4)(\underbrace{x^2+2}_{\text{همواره}+})=0$ $x^2-4=0 \rightsquigarrow x=\pm 2$ ۳ $x=2 \rightsquigarrow 8,4,2 \rightsquigarrow q=\frac{1}{2}$ $x=(-2) \rightsquigarrow 8,-4,2 \rightsquigarrow q=\frac{-1}{2}$ غ ق $(q>0)$ $S_7=8\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^7}{1-\frac{1}{2}}\right)=16-\frac{1}{8}=\frac{127}{8}$	
۳	$1+q+q^2+q^3+q^4=\frac{121}{81},\ a_1=243$ $S_5=a_1+a_1q+a_1q^2+a_1q^3+a_1q^4=a_1(1+q+q^2+q^3+q^4)=243\times\frac{121}{81}=363$ ۳	
۴	$a_1=1,\ a_7=64 \rightsquigarrow a_7=a_1+6d=64 \rightsquigarrow 1+6d=64 \rightsquigarrow d=\frac{63}{6}=\frac{21}{2}=10.5 \rightsquigarrow a_4=1+\underbrace{3(10.5)}_{31.5}=32.5$ $t_1=1,\ t_7=64 \rightsquigarrow t_7=t_1q^6=64 \rightsquigarrow 1\times q^6=64 \rightsquigarrow q=\pm 2 \rightsquigarrow t_4=\pm 8$ ۳ $\begin{cases}A=32.5\\B=\pm 8\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A+B=32.5+8=40.5\\A+B=32.5-8=24.5\end{cases}$	
۵	$-24,\ \frac{-95}{4},\ldots \rightsquigarrow d=\frac{-95}{4}-(-24)=\frac{1}{4} \rightsquigarrow t_{101}=t_1+100d=-24+\frac{100}{4}=1$ $128,\ a_2,\ldots \rightsquigarrow a_8=a_1q^7=128q^7=1 \rightsquigarrow \boxed{q=\frac{1}{2}}$ $a_8=t_{101}$ ۳	
۶	$a_3,\ a_7,\ a_9 \rightsquigarrow a_1+2d,\ a_1+6d,\ a_1+8d$ $(a_1+6d)^2=(a_1+2d)(a_1+8d) \Rightarrow a_1^2+36d^2+12a_1d=a_1^2+16d^2+10a_1d$ $20d^2+2a_1d=0$ $10d^2+a_1d=0 \rightsquigarrow d(10d+a_1)=0 \rightarrow \boxed{d=0}$ $10d+a_1=0 \rightarrow \boxed{d=\frac{-a_1}{10}}$ ۲	
۷	$a_2,\ a_4,\ a_8 \rightsquigarrow \underbrace{a_1+d}_{2a_1},\ \underbrace{a_1+3d}_{4a_1},\ \underbrace{a_1+7d}_{8a_1} \rightsquigarrow q=2 \rightsquigarrow a_{10}=a_1q^9=\frac{1}{4}\times 2^9=\boxed{128}$ ۳ $(a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+7d) \rightsquigarrow a_1^2+9d^2+6a_1d=a_1^2+7d^2+8a_1d \rightsquigarrow 2d^2-2da_1=0$ $d=a_1$ $d=0$ غ ق	

$۳a_۲ , ۲a_۳ , a_۴ \rightsquigarrow ۳a_۱q , ۲a_۱q^۲ , a_۱q^۳$

$۲a_۱q^۲ - ۳a_۱q = a_۱q^۳ - ۲a_۱q^۲ \rightsquigarrow a_۱q(۲q-۳) = a_۱q(q^۲-۲q) \rightsquigarrow ۲q-۳ = q^۲-۲q \rightsquigarrow q^۲-۴q+۳=۰$

۳ $(q-۱)(q-۳)=۰ \Rightarrow q = ۱$ یا ۳ ۸

غ‌ق‌ق $\boxed{q=۳}$

$۲ , \frac{۷}{۴} , \dots \rightsquigarrow d = \frac{-۱}{۴}$ $a_۴ = ۲ + \frac{۳(-۱)}{۴} = \frac{۵}{۴} , a_۸ = ۲ + \frac{۷(-۱)}{۴} = \frac{۱}{۴} , a_{۱۳} = ۲ + \frac{۱۲(-۱)}{۴} = (-۱)$

$a_۴+k , a_۸+k , a_{۱۳}+k \rightsquigarrow \frac{۵}{۴}+k , \frac{۱}{۴}+k , -۱+k \rightsquigarrow (\frac{۱}{۴}+k)^۲ = (\frac{۵}{۴}+k)(k-۱)$

$\frac{۱}{۱۶} + k^۲ + \frac{k}{۲} = k^۲ - \frac{۵}{۴} + \frac{k}{۴} \rightsquigarrow \frac{k}{۴} = \frac{-۲۱}{۱۶} \Rightarrow k = \frac{-۲۱}{۴}$ ۹

۳ $-۴ , -۵ , -\frac{۲۵}{۴} \Rightarrow \boxed{q = \frac{۵}{۴}}$

$a_۱ , a_۴ , a_۷ , a_۱+a_۴+a_۷ = ۷۳$

$a_۱ = t_۱ , a_۴ = t_۲ , a_۷ = t_{۱۰}$ $a_۴ - a_۱ = \frac{a_۷ - a_۴}{۸} \rightsquigarrow a_۱(q^۳-۱) = \frac{a_۱q^۳(q^۳-۱)}{۸} \rightsquigarrow ۱ = \frac{q^۳}{۸} \rightsquigarrow q=۲$ ۱۰

$a_۱ + a_۱q^۳ + a_۱q^۶ = a_۱(۱+q^۳+q^۶) = a_۱(۱+۸+۶۴) = ۷۳a_۱ = ۷۳ \Rightarrow a_۱ = ۱$

$a_۱ = t_۱ = ۱$ $a_۴ = t_۲ = ۱ \times ۲^۳ = ۸ \rightsquigarrow t_۲ - t_۱ = ۸ - ۱ = \boxed{۷}$

۱,۵

$q = ۱$

$۳a = ۷۳ \rightarrow a = \frac{۷۳}{۳}$

$d = aq^۳ - a = \frac{۷۳}{۳} - \frac{۷۳}{۳} = ۰$