الناز دادخواه دهم جمع ها A ۱۱ تا ۱۸:۳۰ ۱۴۰۲/۰۲/۱۶

۱۹/۲۵ آفرین

-۱

$a + aq + aq^2 = 21 \rightarrow a(1+q+q^2) = 21$

$a \times aq \times aq^2 = 64 \rightarrow a^3q^3 \rightarrow (a\times q)^3 = 64 \rightarrow a\times q = \sqrt[3]{64} = \boxed{+4} \quad a = \frac{4}{q}$

$\frac{4}{q}(1+q+q^2) = 21 \rightarrow \frac{4}{q} + 4 + 4q = 21 \rightarrow 4 + 4q + 4q^2 = 21q \rightarrow 4 - 17q + 4q^2 = 0$

$\underbrace{+4}_{a} \underbrace{-17q}_{b} + \underbrace{4q^2}_{c} = 0 \rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $\Delta = b^2 - 4ac$

$\rightarrow \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - (4\times 4\times 4)}}{2\times 4} = \frac{+17 \pm 15}{8}$ ، $\sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$

$= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ✓ چون نقطه غیرحسابی

~~$\frac{32}{8} = 4$~~ غ ق

-۲

$b^2 = a\times c \rightarrow (2x)^2 = (x^2+4)(x^2-2) \rightarrow 4x^2 = x^4 - 2x^2 + 4x^2 - 8 \rightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8$

$x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \xrightarrow{y = x^2} y^2 - 2y - 8 = 0 \rightarrow (y-4)\times(y+2) = 0$

$y = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \pm 2 = x$

$y = -2 \rightarrow x^2 = -2 \rightarrow$ جواب ندارد ✗

درصورتی یک دنباله با مقدار نسبت مثبت نزولی می‌شود که مقدار نسبت عددی بین ۱ و ۰ باشد.

$a_1 = x^2 + 4 \rightarrow 8$ — نزولی است ✓

$a_2 \rightarrow 4 \rightarrow 2x$

$a_3 \rightarrow 2 \rightarrow x^2 - 2$

حالت ۱) $x = 2$: $8, 4, 2 \rightarrow q = \frac{1}{2}$ ($\times\frac{1}{2}$, $\times\frac{1}{2}$)

حالت دوم = نزولی نیست ✗ : $a_1 = 8$ ، $a_2 = -4$ ، $a_3 = 2$ $\rightarrow 8, -4, 2 \rightarrow q = -\frac{1}{2}$

نتیجه: $a_1 = 8$ ، $q = \frac{1}{2}$

S_n جمله‌ها هندسی $= S_7 = \frac{a_1(q^n - 1)}{-1+q} = \frac{8\left(\frac{1}{2}^7 - 1\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{8\left(\frac{1}{128} - \frac{128}{128}\right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{8\times\left(-\frac{127}{128}\right)}{-\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{127}{8}} = S_7$

-۳

$a_1 = 243 \quad 1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{81} \rightarrow a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 = ?$

$a(1+q+q^2+q^3+q^4) \rightarrow 243\left(\frac{121}{81}\right) = 363$

-۴

① $a_1, a_2, a_3, \boxed{a_4}, a_5, a_6, a_7 \rightarrow a_7 = 64 , a_1 = 1 \rightarrow d = \frac{64-1}{6} = \frac{63}{6} = 10/5$ (A)

$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 1 + (3\times 10/5) = 1 + 31/5 = 32/5 = A$

② $a_1, a_2, a_3, \boxed{a_4}, a_5, a_6, a_7 = \rightarrow a_7 = 64 \rightarrow a_1q^6 = 64 \rightarrow q = \sqrt[6]{64} \rightarrow 2, -2$ (aq^3)

$B \rightarrow 1\times 2^3 = 8 \rightarrow 32/5 + 8 = 40/5$

$1\times(-2)^3 = -8 \rightarrow 32/5 + (-8) = 24/5$

۵-

$\frac{-95}{4}-(-24)=\frac{-95}{4}+\frac{24}{1}=\frac{-95+96}{4}=+\frac{1}{4} \rightarrow a_1+10d \rightarrow -24+100\times(\frac{1}{4})=+1$

$a_1q^7=+1 \rightarrow 128q^7=1 \rightarrow r^7=q^7=\frac{1}{128} \rightarrow r=\frac{1}{2}$

(۳)

۶-

$a_3=a+2d \quad a_7=a+6d \quad a_9=a+8d \overset{\text{واسطه هندسی}}{\Longrightarrow} (a+6d)^2=(a+2d)(a+8d)$

(۴)

$a^2+12ad+36d^2=a^2+10ad+16d^2 \longrightarrow 2ad+20d^2=0 \rightarrow 2d(a+10d)=0$

دو حالت داریم: ① $a\neq0,\ d=0$ ⇐ در این حالت همه جملات برابر میشن

② $a+10d=0 \longrightarrow 10d=-a \longrightarrow d=\frac{-a_1}{10}$

۷-

$a_1=\frac{1}{4}$

$K_1=a_2=a_1+d$

$K_2=a_4=a_1+3d \quad\longrightarrow\quad \frac{a_4}{a_2}=\frac{a_8}{a_4}=r \longrightarrow \frac{a_1+3d}{a_1+d}=\frac{a_1+7d}{a_1+3d}$

$K_3=a_8=a_1+7d$

(۲)

$(a_1+3d)(a_1+3d)=(a_1+7d)\times(a_1+d) \longrightarrow a_1^2+6a_1d+9d^2=a_1^2+7a_1d+a_1d+7d^2$

$a_1^2+6a_1d+9d^2=a_1^2+8a_1d+7d^2 \longrightarrow 2d^2-2a_1d=0 \rightarrow 2d(d-a_1)=0$

$d-a_1=0 \longrightarrow d=a_1$ دوباره دو حالت داریم اما سوال گفته متمایز پس فقط شرط ۲ مورد قبول است.

$K_1=2a_1 \quad K_2=4a_1 \rightarrow \frac{4a_1}{2a_1}=2=r \xrightarrow{n=10} a_1r^9 \rightarrow \frac{1}{4}\times2^9 \Rightarrow K_{10}=2^{9-2}$

$\leftarrow K_{10}=128$

۸-

$B_1=3K_2=3K_1r \quad , B_2=2K_3=2K_1r^2 \quad , B_3=K_4=K_1r^3 \longrightarrow A_2-A_1=A_3-A_2$ شرط دنباله حسابی

$2K_1r^2-3K_1r=K_1r^3-2K_1r^2$

$K_1r(2r-3)=K_1r(r^2-2r) \longrightarrow 2r-3=r^2-2r \rightarrow r^2-4r+3=0 \rightarrow (r-3)(r-1)=0$ (غ ق)

(۳)

چون گفته غیر ثابت $r=3$ مورد قبول است.

۹-

$\frac{7}{4}-2=\frac{7}{4}-\frac{8}{4}=-\frac{1}{4}=d \quad , a_4=2-\frac{3}{4}=\frac{5}{4} \quad , a_8=2-\frac{7}{4}=\frac{1}{4} \quad , a_{12}=2-3=-1$

(۲)

$b_1=a_4+k=\frac{5}{4}+k \quad , b_2=a_8+k=\frac{1}{4}+k \quad , b_3=a_{12}+k=-1+k$

$(\frac{1}{4}+k)^2=(\frac{5}{4}+k)\times(-1+k) \longrightarrow \frac{1}{16}+\frac{1}{2}k+k^2=-\frac{5}{4}+\frac{1}{4}k+k^2 \rightarrow \frac{1}{4}k=\frac{-21}{16} \Rightarrow k=\frac{-21}{4}$

$b_1=\frac{5}{4}+(\frac{-21}{4})=-4$

$b_2=\frac{1}{4}+(\frac{-21}{4})=-5 \longrightarrow \frac{b_2}{b_1}=\frac{-5}{-4}=\boxed{\frac{5}{4}=r}$

۱۱۵ -۱۰

$a \text{ و } aq^{۳} \text{ و } aq^{۶} \text{ و } a_1 + a_4 + a_7 = ۷۳$

$a_1 = t_1 \quad a_4 = t_2 \text{ و } a_7 = t_{۵۰} \qquad a_4 - a_1 = \frac{a_7 - a_4}{۸} \to a_1(q^{۳}-1)$

$a_1 + a_1 q^{۳} + a_1 q^{۶} = a_1(1+q^{۳}+q^{۶}) = a_1(۸+۱+۶۴) = ۷۳a_1 = ۷۳ \qquad \frac{a_1 q^{۳}(q^{۳}-1)}{۸} = 1 = \frac{q^{۳}}{۸}$

$a_1 = 1$

$a_1 = t_1 = 1 \quad a_4 = t_2 = ۸ \qquad t_2 - t_1 = ۸ - ۱ = ۷ \qquad q = ۲ \leftarrow q^{۳} = ۸$

$q = 1$

$۳a = ۷۳ \to a = \frac{۷۳}{۳}$

$d = aq^{۳} - a$

$\frac{۷۳}{۳} - \frac{۷۳}{۳} = ۰$