(A) پیشرفتی

1 — $\frac{a}{q} \times a \times aq = ۶۴ \Rightarrow a^۳ = ۶۴ \quad \boxed{a = ۴}$

$\frac{a}{q} + a + aq = ۲۱ \Rightarrow \frac{a}{q} + \frac{aq}{q} + \frac{aq^۲}{q} = ۲۱$

$\frac{a}{q}(۱ + q + q^۲) = ۲۱$

$\frac{۴}{q}(۱ + q + q^۲) = ۲۱$

$۴ \times \frac{۱}{q}(۱ + q + q^۲) = ۲۱$

$۱ + q = \frac{۲۱}{۴} \quad q = \frac{۲۱}{۴} - \frac{۴}{۴}$

$q = \frac{۱۷}{۴}$

2 — $x^۲ - ۲ \,,\, ۲x \,,\, x^۲ + ۴$

$(۲x)^۲ = (x^۲ - ۲)(x^۲ + ۴)$

$۴x^۲ = x^۴ + ۴x^۲ - ۲x^۲ - ۸$

$۴x^۲ = x^۴ + ۲x^۲ - ۸ \Rightarrow x^۴ - ۲x^۲ - ۸ = ۰ \quad \Delta = b^۲ - ۴ac$

$۴ - ۴ \times ۱ \times -۸ = ۳۶$

$x^۲ = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a} = \frac{۲ \pm \sqrt{۳۶}}{۴}$ (منفی قبول نیست) $\quad \frac{\Delta}{۲} = ۴$

$۸, -۴, ۲ \quad ۴$

$۸, ۴, ۲$ ✓ $\quad x = ۲$ یا $\frac{۱}{۲}$

3 — $۱, q, q^۲, q^۳, q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱} \quad \boxed{aq^{n-1}} \quad \boxed{a = ۲۴۳}$

$a + aq + aq^۲ + aq^۳ + aq^۴$

$a(\underbrace{۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴}_{\frac{۱۲۱}{۸۱}}) = \frac{۱۲۱}{۸۱} \times ۲۴۳ = ۳۶۳$

4 — $۱ \_\_\_ A \_\_\_ \_\_\_ ۶۴$ حسابی $\Rightarrow a + (n-1)d = ۱ + ۳d = A$

$۱ \_\_\_ B \_\_\_ \_\_\_ ۶۴$ هندسی $\quad aq^{n-1} = ۱q^۳ = B \quad q = ۲$

$d = \frac{۶۴ - ۱}{n + 1 = ۶} = ۱۰/۵ \quad ۱ + ۳d = A = ۳۲/۵$

$۳۲/۵ + ۲ = ۳۴/۵$

$q^۴ = \frac{۶۴}{۱} = q^۴ \Rightarrow ۲ \Rightarrow$

Arman

$-۲۴ \,,\, \frac{-۹۵}{۴} \,,\, \ldots$ $\quad +\frac{1}{4}$

$a_{۱۰۱} = -۲۴ + (۱۰۰)d$ — ۵

$a_۸ = ۱۲۸\, q^۷$ $\}=$

یا $۲^۷ q^۷ = ۱$

$(۲q)^۷ = ۱$

$۲q = ۱ \quad q = \frac{1}{2}$

— ۶

$a_۳ \quad a_۷ \quad a_۹$

$a+۲d \quad a+۶d \quad a+۸d$

$(a+۶d)^۲ = (a+۲d)(a+۸d) \Rightarrow a^۲+۳۶d^۲+۱۲ad = a^۲+۸ad+۲ad+۱۶d^۲$

$۳۶d^۲+۲ad = ۱۶d^۲$

$۲۰d^۲+۲ad = ۰ \quad ۲۰d^۲ = -۲ad$

$۲۰d = -۲a$

$d = \frac{-۲}{۲۰}a$

— ۷

$a_۲ \quad a_۴ \quad a_۸$ $\quad$ یعنی $a = \frac{1}{4}$

$a+d \quad a+۳d \quad a+۷d$ $\quad aq^۹ = ?$

$(a+۳d)^۲ = (a+d)(a+۷d) = a^۲+۹d^۲+۶ad = a^۲+۷ad+ad+۷d^۲$

$۲d^۲ = ۲ad$

$d = a \rightarrow \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^۹$

— ۸

$۳a_۲ = ۲a_۳ = a_۴$

$۳(aq) = ۲(aq^۲) = (aq^۳)$

$۲(۲aq^۲) = ۳aq + aq^۳ \rightarrow ۴aq^۲ = ۳aq + aq^۳ \rightarrow ۴aq^۲ = aq(۳+q^۲)$

$۴q = ۳+q^۲$

$q^۲ - ۴q + ۳ = ۰ \quad (q-۱)(q-۳) = ۰$

$q=۱$ ✗ $\quad q = ۳$ ✓

$۳, \frac{۷}{۴}, \ldots$ $\quad$ -۹

$a_۴, a_۸, a_{۱۲} \Rightarrow a_۴ , a_۴+۴d , a_۴+۹d \xrightarrow{+\theta} a_۴+\theta , (a_۴+۴d)+\theta , (a_۴+۹d)+\theta$

$a_۴+\theta = k \quad k, k+۴d, k+۹d \Rightarrow (k+۴d)^۲ = k(k+۹d) \rightarrow k^۲+۱۶d+۸dk$

$= k^۲+۹kd \rightarrow ۱۶d = kd$

— ۱۰

$a_۱ \quad a_۴ \quad a_۷$

$a + aq^۳ + aq^۶ = ۷۳$

$a_۱ , a_۲ , a_{۱۰}$

$a , a+d , a+۹d \Rightarrow (a+d)^۲ = a(a+۹d) \quad a^۲+d^۲+۲ad = a^۲+۹ad$

$d^۲ = ۷ad$

$۷a = d$

$۳a + ۱۰a = ۷۳$

$۳\left(\frac{d}{۷}\right) + ۱۰d$ $\quad$ $\boxed{d = ۷}$