Subject : کیانا مرزوی Date: ۱۹/۲۵

۱- $a+aq+aq^2=21 \quad a(1+q+q^2)=21$

$a\times aq\times aq^2=64 \quad a^3q^3=64 \to aq=4$ (۳)

$\frac{21q}{1+q+q^2}=4 \quad 21q=4+4q+4q^2 \quad 4q^2-17q+4=0$

$q=\frac{17\pm\sqrt{(-17)^2-64}}{8}=\frac{17\pm15}{8}=4/\frac{1}{4} \to q=\frac{1}{4}\ (q\neq 4)$

$aq=4 \to \boxed{q=\frac{1}{4}} \to a=16 \to \boxed{16+4+1+\dots}$ $q=\frac{1}{4}$

۲- $\underbrace{x^2+4}_{\times q}, \underbrace{2x}_{\times q}, x^2-2 \quad \frac{x^2-2}{2x}=\frac{2x}{x^2+4} \quad x^4+2x^2-8=4x^2$

$x^4-2x^2-8=0$

$x^2=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{2\pm6}{2}=4/-2 \to x^2\geq 0 \Rightarrow x^2\neq -2 \to x^2=4 \to x=\pm 2$

$x=2 \to 8+4+2+\dots$ ✓ $\longrightarrow S_\infty=\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^\infty}{1-\frac{1}{2}}\right)a=8\left(\frac{\frac{127}{128}}{\frac{1}{2}}\right)=\boxed{\frac{127}{8}}$ ✓ (۳)

$x=-2 \to 8-4+2+\dots$ ✗

۳- $S_5=a+aq+aq^2+aq^3+aq^4=a\left(1+q+q^2+q^3+q^4\right)=\frac{242\times 127}{121}$

$=\boxed{343}$ ✓ (۲)

۴- $1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 64 \quad d=\frac{64-1}{6+1}=\frac{63}{6}=10/5$ (۱+۵)

$a_4=$ جمله وسط $=1+3d=1+(3\times 10/5)=\boxed{32/5}$

$1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, 64 \quad g^6=64 \to g=64^{\frac{1}{6}}=2$

$g_4=$ جمله وسط $=ag^3=1\times 2^3=\boxed{8}$

$A+B=32/5+8=\boxed{40/5}$ ✓

$q=-2 \to B=-8 \to A+B=24/5$

کیانا محمودی

۵-

$a+100d = -24 + (100 \times \frac{1}{4}) = 25 - 24 = 1$ (۲)

$aq^7 = 1 \to a = 128 \quad q^7 = \frac{1}{128} \to \boxed{q = \frac{1}{2}}$ ✓

۶-

$a+2d ,\ a+4d ,\ a+8d$ (each step $\times q$) $\quad \frac{a+4d}{a+2d} = \frac{a+8d}{a+4d}$ (۲)

$a^2 + 10ad + 16d^2 = a^2 + 36d^2 + 12ad \quad 20d^2 + 2ad = 0$

$2d(10d+a) = 0 \to d = 0 / a + 10d = 0 \to d = \frac{-a}{10} \Rightarrow \boxed{d = 0 / \frac{-a}{10}}$ ✓

۷- ✓

$a+d ,\ a+3d ,\ a+7d$ (each step $\times q$) $\quad \frac{a+3d}{a+d} = \frac{a+7d}{a+3d}$

$a^2 + 9d^2 + 6ad = a^2 + 8ad + 7d^2 \quad 2d^2 - 2ad = 0 \quad 2d(d-a) = 0$

$\Rightarrow d = 0 / d = a \to 2a ,\ 4a ,\ 8a \to \frac{4a}{2a} = \frac{8a}{4a} = 2$

(for $d=0$:) جملات متمایز نیست ✗

$a_{10} = aq^9 = \frac{1}{4} \times 2^9 = 2^7 = \boxed{128}$ ✓ (۲)

۸-

$3aq = a - d \qquad aq^3 - 2aq^2 = 2aq^2 - 3aq$ (۱٫۷۵)

$2aq^2 = a \qquad aq(q^2 - 2q) = aq(2q - 3)$

$aq^3 = a + d \qquad q^2 - 2q = 2q - 3$

$q^2 - 4q + 3 = 0$

$(q-1)(q-3) = 0 \Rightarrow \boxed{q = 1 / q = 3}$ ✓

$q=1$ قابل قبول نیست چون ثابت میشه

Subject : کیانا مزروعی Date:

۹- ۲

$$\frac{a_{۱۲}+k}{a_۸+k}=\frac{a_۸+k}{a_۴+k} \Rightarrow \frac{-۱+k}{\frac{۱}{۴}+k}=\frac{\frac{۱}{۴}+k}{\frac{۵}{۴}+k}$$

$$a+۳d=۲+\left(\frac{-۱}{۴}\right)\times ۳=۲-\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۴}$$

$$a+۷d=۲+\left(\frac{-۱}{۴}\right)\times ۷=۲-\frac{۷}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

$$a+۱۱d=۲+\left(\frac{-۱}{۴}\right)\times ۱۲=۲-\frac{۱۲}{۴}=۲-۳=-۱$$

$$k^۲+\frac{۱}{۴}k-\frac{۵}{۴}=k^۲+\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۲}k \Rightarrow \frac{۱}{۴}k=-\frac{۲۱}{۱۶} \rightarrow k=\frac{-۲۱}{۴}$$

$$r=\frac{a_{۱۲}+k}{a_۸+k}=\frac{-۱-\frac{۲۱}{۴}}{\frac{۱}{۴}-\frac{۲۱}{۴}}=\frac{-\frac{۲۵}{۴}}{-۵}=\frac{۲۵}{۲۰}=\boxed{\frac{۵}{۴}}\ \checkmark$$

۱۰- ۲

$$a+aq^۳+aq^۶=۷۳ \qquad a(۱+q^۳+q^۶)=۷۳$$

$a=a_۱$

$aq^۳=a+d$

$aq^۶=a+۹d$

$$d=aq^۳-a=a(q^۳-۱)$$

$$aq^۶=a+۹a(q^۳-۱)=a(۱+۹q^۳-۹)=a(۹q^۳-۸)$$

$$q^۶=۹q^۳-۸$$

$q^۳=t \rightarrow t^۲-۹t+۸=۰ \rightarrow (t-۱)(t-۸)=۰$

$t=۱ \rightarrow q^۳=۱ \rightarrow q=۱ \rightarrow a=a_۴=a_۷ \rightarrow ۳a=۷۳ \rightarrow a=\frac{۷۳}{۳} \rightarrow d=a(q^۳-۱)=۰$

$t=۸ \rightarrow a(۱+۸+۶۴)=۷۳a=۷۳ \rightarrow a=۱ \rightarrow d=a(q^۳-۱)=۱(۸-۱)=۷$

$\Rightarrow \boxed{d=۰ \,/\, d=۷}\ \checkmark$