نام : سنا فاضلی   دهم دختر A   شماره ۱۵

۱-

$\frac{a}{q} + a + aq = 21$

$\frac{a}{q} \times a \times aq = 64 \rightarrow a^3 = 64 \rightarrow a = 4$

$\frac{4}{q} + 4 + 4q = 21 \rightarrow \frac{4}{q} + 4q = 21 - 4 = 17 \xrightarrow{\times q} 4 + 4q^2 = 17q \rightarrow 4 - 17q + 4q^2 = 0$

$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = \cancel{17^2}^{289} - \cancel{4(4)(4)}^{64} = 225 \rightarrow q = \frac{17 \pm \cancel{\sqrt{225}}^{15}}{\cancel{2(4)}_{8}} = \frac{17 \pm 15}{18}$ → $\frac{1}{4}$ ✓ / → 4 (غیر قابل قبول درصورت سوال گفته غیرحسابی)

۲-

$(2x)^2 = (x^2+4)(x^2-2) \rightarrow 4x^2 = x^4 - 2x^2 + 4x^2 - 8 = x^4 + 2x^2 - 8 = 2x^2 = x^4 - 8$

$\rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 32 = 36 \rightarrow x^2 = \frac{2 \pm \cancel{\sqrt{36}}^{6}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$ → $4 \rightarrow x = \pm 2$ / → -2 ✗ منفی زیر رادیکال قرار نمی گیرد

یا $8, -4, 2$

یا $8, 4, 2$ ✓ → قدر نسبت $\frac{1}{2}$

مجموع جملات $= \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{8 \times ((\frac{1}{2})^7 - 1)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1}{16} - 8}{-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{127}{16}}{-\frac{1}{2}} = \frac{127}{8}$

۳-

$a \times (1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{81}) = a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 = \frac{121}{81} a \rightarrow a = 243$

→ مجموع ۵ جمله اول $= 363$

۴-

$\frac{64 - 1}{6} = 10.5$ $1, 11.5, 22, (32.5)_A, 43, 53.5, 64$

$q^6 = \frac{64}{1} \rightarrow q = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = \pm 2$ $1, 2, 4, (8)_B, 16, 32, 64$ یا $1, -2, 4, (-8)_B, 16, -32, 64$

$A + B = 32.5 + 8 = 40.5$ یا $32.5 - 8 = 24.5$

۵-

$-24, -\frac{95}{4}$ (-23.75), $+0.25$

$a_n = a + (n-1)d = -24 + (n-1)0.25 \rightarrow 0.25n - 24.25$

$a_{101} = \frac{101 \times 25}{100} - 24.25 = 1$ (25.25)

در دنباله هندسی: $a_8 = aq^7 = 128 \times q^7 = 1 \rightarrow q^7 = \frac{1}{128} \rightarrow q = \frac{1}{2}$

۶-

a_3, a_7, a_9

$(a+2d), (a+6d), (a+8d) \rightarrow (a+6d)^2 = (a+8d)(a+2d) = \cancel{a^2} + 12ad + 34d^2 = \cancel{a^2} + \underbrace{2ad + 8ad}_{10ad} + 16d^2$

$\rightarrow 2ad = -20d^2 \rightarrow ad + 10d^2 = 0 \rightarrow d(a + 10d) = 0$ → $d = 0$ ✗ / → $10d + a = 0 \rightarrow d = \frac{-a}{10}$

۷-

a_2, a_4, a_8

$(a+d), (a+3d), (a+7d) \rightarrow (a+3d)^2 = (a+7d)(a+d) = \cancel{a^2} + 6ad + 9d^2 = \cancel{a^2} + ad + 7ad + 7d^2$

$\rightarrow 2d^2 = 2ad \rightarrow 2a = 2d \rightarrow a = d \rightarrow q = \frac{3d + a}{d + a} = 2$

دنباله هندسی $a_{10} = \frac{1}{4} \times 2^9 = 2^7$

۸-

$3aq \; , \; 2aq^2 \; , \; aq^3$

$\frac{3aq+aq^3}{2} = 2aq^2 \rightarrow 3aq+aq^3 = 4aq^2 \rightarrow -4aq^2+3aq+aq^3=0 \rightarrow aq(-4q+3+q^2)=0$ (به شرطی که a و q مخالف صفر باشند) $\rightarrow -4q+3+q^2=0 \rightarrow q=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2} = \frac{4\pm 2}{2}$

$\rightarrow 3 \; ✓ \quad , \quad 1 \; ✗$ (دنباله هندسی غیر ثابت است) $\xrightarrow{\text{پس}} \boxed{q=3}$

۹-

$2 \; , \; 1.75 \quad (d=-0.25)$

$a_n = 2+(n-1)(-0.25) = -\frac{25}{100}n + 2.25$

$a_4 , a_8 , a_{13} \rightarrow 1.25 \; , \; 0.25 \; , \; -1 \xrightarrow{+x} (1.25+x) , (0.25+x) , (-1+x)$

$\rightarrow (0.25+x)^2 = (-1+x)(1.25+x) \rightarrow 0.0625+\cancel{x^2}+0.5x = -1.25-x+1.25x+\cancel{x^2} \rightarrow$

$0.25x = -1.3125 \rightarrow x=-5.25 \rightarrow (1.25-5.25) , (0.25-5.25) , (-1-5.25)$

$\rightarrow -4 , -5 , -6.25 \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}}$ قدر نسبت $= \frac{5}{4}$ یا 1.25

۱۰-

$aq^6 = a+9d$

$aq^3 = a+d \rightarrow d = aq^3-a = a(q^3-1)$

$aq^6 = a+9d = a+9a(q^3-1) = a+9aq^3-9a = -8a+9aq^3 = aq^6 \rightarrow aq^6-9aq^3+8a=0$

$\xrightarrow{a\neq 0} \div a \rightarrow q^6-9q^3+8=0 \xrightarrow{q^3=x} x^2-9x+8=0 \rightarrow (x-1)(x-8)=0 \rightarrow x=1 \; , \; x=8$

$q^3=1 \rightarrow q=1$ ✗ → دنباله ثابت ✗

$q^3=8 \rightarrow q=2 \rightarrow a+aq^3+aq^6=73 \rightarrow a(1+\cancel{q^3}_{8}+\cancel{q^6}_{64})=73 \rightarrow \boxed{a=1}$

در دنباله حسابی: $a_1=1 \quad a_2=8 \quad a_{10}=64 \rightarrow d=a_2-a_1=8-1=\boxed{7}$