۱) $a_1 + a_3 + a_5 = ۲۱$ $\quad a\cdot\frac{a}{q}\cdot aq = ۶۴$ $\quad q = \frac{۱۷ \pm \sqrt{۲۲۵}}{۸} = \frac{۱۷ + ۱۵}{۸} = ۴$

$\frac{a_1}{q} + a_1 + aq = ۲۱$ $\quad a^۳ = ۶۴$ $\quad \Delta = b^۲ - ۴ac = ۲۸۹ - ۶۴ = ۲۲۵$

$a = ۴$

$\frac{۴}{q} + ۴ + ۴q = ۲۱ \to \times q \Rightarrow ۴ + ۴q + ۴q^۲ = ۲۱q \Rightarrow ۴q^۲ - ۱۷q + ۴ = ۰$

$\boxed{q = \frac{۱}{۴}}$ ← جواب $\frac{۱۷ - ۱۵}{۸} = \frac{۱}{۴}$ یا ۴

---

۲) $a_1 = ۴ + ۴ = ۸$ $\quad a_۲ = ۴$ $\quad a_۳ = ۲$ $\quad q = \frac{۱}{۲}$

$۴a^۲ = (a^۲ - ۲)(a^۲ + ۴)$

$۴a^۲ = a^۴ + ۴a^۲ - ۲a^۲ - ۸$

$۰ = a^۴ - ۲a^۲ - ۸$

$a^۲ = \pm ۲ \leftarrow (a^۲ - ۴)(a^۲ + ۲) = ۰$

-۲ ✗ $\quad +۲$ ✓

$S_۷ = ۸\left(\frac{۱ - \frac{۱}{۲}^{۷}}{۱ - \frac{۱}{۲}}\right) = \frac{۱۲۷}{۸}$

$\frac{\frac{۱۲۷}{۱۲۸}}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \frac{۲\times۱۲۷}{۱۲۸} \times ۸ = \frac{۱۲۷}{۸}$

---

۳) $۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱}$ $\quad a_1 = ۲۴۳$ $\quad S_۵ = a_1 + a_1q + aq^۲ + aq^۳ + aq^۴ =$

$a_1(۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴) =$

$\frac{۲۴۳ \times ۱۲۱}{۸۱} = ۳۶۳$

---

۴) $a = ۱$, $a_۷ = ۶۴ \to a_۷ = a_1 + ۶d = ۶۴$ $\quad ۱ + ۶d = ۶۴$ $\quad d = \frac{۶۳}{۶} = \frac{۲۱}{۲}$

۱۰٫۵

$a_۴ = ۱ + ۳(۱۰٫۵) = ۳۲٫۵$ $\quad a_1 = ۱$ $\quad a_۷ = ۶۴ \to q^۶ = ۶۴$ $\quad q = \pm ۲$

۳۱٫۵

$t_۴ = \pm ۸$ $\quad \boxed{A + B = ۳۲٫۵ + ۸ = ۴۰٫۵}$

$A + B = ۳۲٫۵ - ۸ = ۲۴٫۵$

---

۵) $d = \frac{-۹۵}{۴} - (-۲۴) = \frac{-۹۵}{۴} + ۲۴ = \frac{-۹۵ + ۹۶}{۴} = \frac{۱}{۴}$ $\quad a_{۱۰۱} = a_1 + ۱۰۰d$

$-۲۴ + ۲۵ = ۱$

$a_۸ = ۱ \to aq^۷ \Rightarrow \frac{aq^۷}{a} = \frac{۱}{۱۲۸} \Rightarrow \boxed{q^۷ = \frac{۱}{۲}}$

---

۶) جملات $a_۳, a_۷, a_۹ \to a_1 + ۲d, a_1 + ۶d, a_1 + ۸d \Rightarrow (a_1 + ۶d)^۲ = (a_1 + ۲d)(a_1 + ۸d)$

$a_1^۲ + ۳۶d^۲ + ۱۲ad = a^۲ + ۱۶d^۲ + ۱۰a_1d$

$۲۰d^۲ + ۲a_1d = ۰$

$۱۰d^۲ + a_1d = ۰ \to \boxed{d = ۰}$

$d(۱۰d + a_1) = ۰$

$۱۰d + a_1 = ۰$ $\quad \boxed{d = \frac{-a}{۱۰}}$

هانیا عرب

7) $a_2, a_4, a_8 \to \underbrace{a_1+d}_{2a_1}, \underbrace{a_1+3d}_{4a_1}, \underbrace{a_1+7d}_{8a_1} \sim q=2 \nearrow a_{10} = aq^9 = \frac{1}{4}\times 2^9 = 128$

$(a_1+3d)^2 = (a_1+d)(a_1+7d) \Rightarrow a_1^2+9d^2+6a_1d = a_1^2+7d^2+8a_1d \sim$

$2d^2-2da_1=0 \nearrow d=a_1$, $\searrow d=0$ ✗

---

8) $3a_2, 2a_3, a_4 \to 3a_1q, 2a_1q^2, a_1q^3$

$2a_1q^2-3a_1q = a_1q^3-2a_1q^2 \to a_1q(2q-3) \Rightarrow a_1q(q^2-2q)$

$2q-3 = q^2-2q \Rightarrow q^2-4q+3=0$

$(q-1)(q-3)=0 \to q=1, 3$

---

9) $2, \frac{7}{4}, \dots \sim d=-\frac{1}{4}$

$a_4 = 2+\frac{-3}{4} = \frac{5}{4}$, $a_8 = 2+\frac{-7}{4} = \frac{1}{4}$

$a_{13} = 2+\frac{-12}{4} = -1$

$a_4+k, a_8+k, a_{13}+k \sim \frac{5}{4}+k, \frac{1}{4}+k, -1+k \sim (\frac{1}{4}+k)^2 = (\frac{5}{4}+k)(k-1)$

$\frac{1}{16}+k^2+\frac{k}{2} = k^2-\frac{5}{4}+\frac{k}{4} \sim \frac{k}{4} = \frac{-21}{16} \Rightarrow k=-\frac{21}{4}$

$-4, -5, \frac{-25}{4} \Rightarrow q=\frac{5}{4}$

---

10) a_1, a_4, a_7, $a_1+a_4+a_7=73$

$a_1=t_1$, $a_4=t_2$, $a_7=t_{10}$ $\quad a_4-a_1 = \frac{a_7-a_4}{8} \to a_1(q^3-1)$

$\frac{a_1q^3(q^3-1)}{8} \Rightarrow 1=\frac{q^3}{8}$

$a_1+a_1q^3+a_1q^6 = a_1(1+q^3+q^6) = a_1(8+1+64)$

$73a_1=73$

$a_1=1$ $\quad q=2$

$a_1=t_1=1 \quad a_4=t_2=8$

$t_2-t_1 = 8-1 = 7$