نازنین زهرا شفیعی — تکلیف سری ۱۵ — دهم دختر A

سوال ۱:

$a_1+a_2+a_3=21$ ، $a_1\cdot a_2\cdot a_3=64$

$a^3q^3=64$

$aq=4 \to a=\frac{4}{q}$

$q=? = \boxed{\frac{1}{4}}$ غیر حسابی

$\frac{4}{q}+4+4q=21$ ، $\times q$

$4+4q+4q^2=21q$

$4q^2-17q+4=0 \to q^2-\frac{17}{4}q+1=0$

$(q-\frac{1}{4})(q-4) \to \frac{1}{4}$ و 4

سوال ۲:

$x^2-2,\ 2x,\ x^2+4$ ، $S_7=?$ $(q>0)$

$(2x)^2=(x^2-2)(x^2+4)$

$4x^2=x^4+4x^2-2x^2-8$

$4x^2-2x^2=x^4-8 \to x^4-2x^2-8=0 \to (x^2-4)(x^2+2)$

$x^2=4$ ، $x^2=-2$ غ ق ق

$x=\pm 2$

$x=2 \to 2, 4, 8$ $\boxed{q=2}$

$x=-2 \to 2, -4, 8$ $q=-2$

$S_7=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right) \to 2\left(\frac{2^7-1}{1}\right)=\boxed{254}$ ، 127

سوال ۳:

$1+q+q^2+q^3+q^4=\frac{121}{81}$ ، $a_1=243$ ، $S_5=?$

$a_1+aq+aq^2+aq^3+aq^4=$

$243(1+q+q^2+q^3+q^4)=\boxed{363}$ ، $\frac{121}{81}$

سوال ۴:

$A+B=?$

$32.5+8=\boxed{40.5}$

حسابی: $d=\frac{b-a}{n+1} \Rightarrow \frac{-63}{6}=-10.5$

$64,\ 53.5,\ 43,\ 32.5,\ 22,\ 11.5,\ 1$ — $A=32.5$

$r^{n+1}=\frac{b}{a}=r^6=\frac{1}{64} \to r=\frac{1}{2}$

$64,\ 32,\ 16,\ 8,\ 4,\ 2,\ 1$ — $B=8$

سوال ۵:

$a_n=-24,-\frac{95}{4},\dots$ ، $b_n=128, a_2,\dots$ ، $a_{101}=b_8 \to q=?$

$d=-\frac{95}{4}+24=\frac{-95+96}{4}=\boxed{\frac{1}{4}}$

$a_1+100d=aq^7$

$-24+25=128q^7$

$1=128q^7 \to q^7=\frac{1}{128} \to \boxed{q=\frac{1}{2}}$

سوال ۶:

a_3, a_7, a_9

$a+2d, a+6d, a+8d$

$(a+6d)^2=(a+2d)(a+8d)$

$a^2+36d^2+12ad=a^2+8ad+2ad+16d^2$ ، $10ad$

$20d^2=-2ad$

$-10d=a$

① $d=0 \to a_3=a_7=a_9$

② $d\neq 0 \to \frac{d}{a}=\boxed{-\frac{1}{10}}$

$\frac{d}{a}=0,\ -\frac{1}{10}$

سوال ۷:

a_2, a_4, a_8

$a+d, a+3d, a+7d$ ، $a_1=\frac{1}{4}$ ، $a_{10}=?$

$(a+3d)^2=(a+d)(a+7d)$

$a^2+9d^2+6ad=a^2+7ad+ad+7d^2$ ، $8ad$

$2d^2=2ad$

$d^2=ad$

① $d=0$ چون تصاعد نیست غیرقابل قبول

② $d\neq 0 \to a=d \to 2d, 4d, 8d$ ، $q=2$

$aq^9=\frac{1}{4}\times 2^9=\boxed{128}$

CamScanner

سوال ۸ : $ar_2 ، ar_3 ، ar_4$ ← هندسی ، $ar ، ۲ar^۲ ، ar^۳$ ؟ = d حسابی

$۲ar^۲ = ar^۳ + ar$ ($\div ar$)

$۲r = r^۲ + ۱ \longrightarrow r^۲ + ۱ - ۴r = ۰$ ، $\Delta = ۱۶ - ۴ = ۱۲ \longrightarrow$

$x = \frac{۴ \pm ۲\sqrt{۳}}{۲} = ۲ \pm \sqrt{۳} = d$

سوال ۹ : $\frac{۷}{۴} ، \frac{۲}{۴} ، \frac{۵}{۴} ، ...$ با افزودن مقدار ثابت به $a_{۱۳} ، a_{۱۷} ، a_{۱۴}$ ← هندسی ؟ = q هندسی

$a_n = \frac{۱۷}{۴} - \frac{۱}{۴}n$ ، $-\frac{۱}{۴}$

$۱ ، \frac{۹}{۴} ، \frac{۱۳}{۴}$

$\frac{۱۳}{۴} + a ، \frac{۹}{۴} + a ، ۱ + a$

$(\frac{۹}{۴} + a)^۲ = (\frac{۱۳}{۴} + a)(۱ + a) \longrightarrow \frac{۸۱}{۱۶} + a^۲ + \frac{۹}{۲}a = \frac{۱۳}{۴} + \frac{۱۷}{۴}a + a^۲$

$\frac{۸۱}{۱۶} - \frac{۱۳}{۴} = \frac{۱۷}{۴}a - \frac{۹}{۲}a$

$\frac{۲۹}{۱۶} = -\frac{۱}{۴}a \Rightarrow -\frac{۲۹}{۴} = a$ ← دنباله جدید

$-۴ ، -۵ ، -۶,۲۵ \longrightarrow q = ۱,۲۵$

$q = \frac{۵}{۴} = ۱,۲۵$ ، $\frac{۶,۲۵}{۵} = ۱,۲۵$

سوال ۱۰ : $a_۱ + a_۴ + a_۸ = ۷۳$ (هندسی) ← $a_۱ ، a_۲ ، a_۹$ (حسابی) ؟ = d حسابی

$a ، a+d ، a+۹d$

$a + aq^۳ + aq^۷ = ۷۳$

$a(۱ + q^۳ + q^۷) = ۷۳$

$a + d = aq^۳$

$a + ۹d = aq^۷$

$-۹a - ۹d = -۹aq^۳$

$a + ۹d = aq^۷$

$-۸a = -۹aq^۳ + aq^۷$

$-۸a = a(-۹q^۳ + q^۷)$

$q^۷ + ۸ - ۹q^۳ = ۰$

حدس و آزمایش

$q = ۱ \longrightarrow ۱ + ۸ - ۹ = ۰ ✓ \longrightarrow d = ۰$

دنباله ثابت (حسابی و هندسی)