سارا عزیزی - تکلیف شماره ۱۵

۱)

$\frac{a}{q} + a + aq = 21 \rightarrow \frac{4}{q} + 4 + 4q = 21 \rightarrow 4q^2 - 17q + 4 = 0 \rightarrow q = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8}$

$\frac{a}{q} \times a \times aq = 64 \rightarrow a^3 = 4$

$q = \frac{17-15}{8} = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4}}$ ✓

$q = \frac{17+15}{8} = \frac{32}{8} = 4$ ×

۲)

$(2n)^2 = (n^2-2)(n^2+4) \rightarrow 4n^2 = n^4 + 2n^2 - 8 \rightarrow n^4 - 2n^2 - 8 = 0 \rightarrow (n^2-4)(n^2+2) = 0$

$\rightarrow n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$ ، $n^2 = -2$ ×

$n = 2 \rightarrow 8, 4, 2, \dots \rightarrow a = 8, q = \frac{1}{2} \rightarrow S_7 = 8\left(\frac{1-\frac{1}{2^7}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 8 \times \left(\frac{\frac{127}{128}}{\frac{1}{2}}\right) = 8 \times \frac{127}{64}$

$n = -2 \rightarrow 8, -4, 2, \dots \rightarrow a = 8, q = -\frac{1}{2}$ × $\rightarrow S_7 = \frac{127}{8}$

۳)

$1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{81} \xrightarrow{\times a} a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 = S_5$

$a = 243 \rightarrow a(1+q+q^2+q^3+q^4) = 243 \times \frac{121}{81} = \boxed{363}$

S_5

۴)

حسابی: $1, O, O, O, O, O, 64 \rightarrow d = \frac{64-1}{6} = \frac{63}{6} \rightarrow A = a_4 = a + 3d = 1 + \frac{3 \times 63}{6} = 32/5$

هندسی: $1, O, O, O, O, O, 64 \rightarrow q^6 = \frac{64}{1} \rightarrow q = \pm 2 \rightarrow B = a_4 = aq^3 = 1 \times (-2)^3 = -8$

$B = a_4 = aq^3 = 1 \times 2^3 = 8$

$\rightarrow A + B = 32/5 - 8 = 24/5$ یا $A + B = 32/5 + 8 = 40/5$

۵)

حسابی: $a_{101} = a_1 + 100d = -24 + \left(100 \times \frac{1}{4}\right) = 1$

$d = -\frac{95}{4} - (-24) = -\frac{95}{4} + \frac{96}{4} = \frac{1}{4}$

هندسی: $a_8 = aq^7 = 128 \times q^7 = 1 \rightarrow q^7 = \frac{1}{128} \rightarrow \boxed{q = \frac{1}{2}}$

(۶)

$a+۲d \quad a+۴d \quad a+۸d$

$(a+۴d)^۲=(a+۲d)(a+۸d) \to a^۲+۱۶d^۲+۸ad = a^۲+۱۰ad+۱۶d^۲ \to ۲d^۲+۲ad=0$

$۲d(۱۰d+a)=0 \to ۲d\neq 0 \to ۱۰d=-a \to a=-\frac{۱۰}{d} \to ad=-۱۰ \to d=\frac{-۱۰}{a}$

(۷)

$a+d \quad a+۳d \quad a+۷d$

$\cancel{a^۲}+\cancel{۹d^۲}+۶ad = \cancel{a^۲}+\cancel{۷ad}+ad+\cancel{۷d^۲} \to ۲d^۲-۲ad=0 \to ۲d(d-a)=0 \to ۲d\neq 0$

$\to a=d \to ۲d, ۴d, ۸d \to q=۲, t_۱=\frac{۱}{۴} \to t_{۱۰}=tq^۹=\frac{۱}{۴}\times ۲^۹=\boxed{۱۲۸}$

(۸)

$۳a_۲ \quad ۲a_۳ \quad a_۴ \to ۳aq, ۲aq^۲, aq^۳$

$۴aq^۲=۳aq+aq^۳ \to ۴aq^۲=aq(۳+q^۲) \to q^۲-۴q+۳=0 \to (q-۳)(q-۱)=0$

$\to \boxed{q=۳}$ ✓ $\quad \to q=۱ \to$ دنباله ثابت $\to$ X

(۹)

$d=\frac{۷}{۴}-\frac{۸}{۴}=-\frac{۱}{۴} \quad a_۴, a_۸, a_{۱۳} \to a+۳d, a+۷d, a+۱۲d$

$\to \frac{۵}{۴}, \frac{۱}{۴}, -۱ \to \frac{۵}{۴}+d \quad \frac{۱}{۴}+d \quad -۱+d$

$\frac{۱}{۱۶}+d^۲+\frac{۱}{۲}d = -\frac{۵}{۴}+\frac{۵}{۴}d-d+d^۲ \to \frac{۲}{۴}d-\frac{۱}{۴}d=-\frac{۵}{۴}+\frac{-۱}{۱۶} \to \frac{۱}{۴}d=\frac{-۲۱}{۱۶}$

$\to d=\frac{-۲۱}{۴} \to a_n=\left(\frac{۵}{۴}-\frac{۲۱}{۴}\right),\left(\frac{۱}{۴}-\frac{۲۱}{۴}\right),\left(-\frac{۴}{۴}-\frac{۲۱}{۴}\right)=-\frac{۱۶}{۴}, -\frac{۲۰}{۴}, -\frac{۲۵}{۴}$

$q=\left(\frac{-\frac{۲۰}{۴}}{-\frac{۱۶}{۴}}\right)=\boxed{\frac{۵}{۴}}$

(۱۰)

$a+ar^۳+ar^۶=۷۳ \to a(۱+r^۳+r^۶)=۷۳ \to a(۱+۸+۶۴)=a(۷۳)=۷۳ \to a=۱$

$t_۱=t=a \quad t_۲=t+d=ar^۳ \quad t_{۱۰}=t+۹d=ar^۶ \to t=a$

$\to ar^۳=a+d \to d=a(r^۳-۱)$

$ar^۶=a+۹d \to ar^۶=a+۹(a(r^۳-۱))$

$ar^۶=۹ar^۳-۸a \to r^۳=n \to an^۲=۹an-۸a$

$\to n^۲=۹n-۸ \to n^۲-۹n+۸=0 \to (n-۸)(n-۱)=0 \to n=۸ \to \boxed{r=۲}$

$n=۱ \to r^۳ \to r=۱ \to$ X