عسل رمضانی — دهم دختران A — تکلیف ۱۵

۱۹

$a_1\times a_2\times a_3=64 \Rightarrow \frac{a_2}{q}\times a_2\times a_2q=64 \Rightarrow a_2=4$

$a_1+a_2+a_3=21 \Rightarrow \frac{a_2}{q}+a_2+a_2q=21 \Rightarrow \frac{4}{q}+4+4q=21 \Rightarrow \frac{4}{q}+4q=17 \Rightarrow 4+4q^2=17q$ ۱

$\Rightarrow 4q^2-17q+4=0 \Rightarrow q^2-17q+16=0 \Rightarrow (q-1)(q-16)=0 \to q=\frac{16}{4}=4$ ✗

$\to q=\frac{1}{4}$ ✓

ص

$a_1\times a_3=a_2\times a_2 \Rightarrow (x^2-2)(x^2+4)=4x^2 \Rightarrow x^4+2x^2-8=4x^2$

$x^4-2x^2-8=0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+2)=0 \to x^2=-2$ ✗

$\to x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

ص

$x=2 \Rightarrow a_n=8,4,2,\dots$ ✓ $\quad S_7=a\left(\frac{1-q^7}{1-q}\right)=8\times\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^7}{1-\frac{1}{2}}\right)=\frac{8-\frac{8}{128}}{\frac{1}{2}}$ ۲

$x=-2 \Rightarrow a_n=8,-4,2,\dots$ ✗

$=16-\frac{16}{128}=16-\frac{1}{8}=\boxed{\frac{127}{8}}$

ص

$S_5=a+aq+aq^2+aq^3+aq^4=a(1+q+q^2+q^3+q^4)=243\times\frac{121}{81}=3\times121=\boxed{363}$ ۳

$d=\frac{64-1}{5+1}=\frac{63}{6}=10.5 \to A=a_4=a+3d=1+31.5=32.5$ $\quad$ 1.5

واسطه هندسی $=t_n=1,2,4,8,16,32,64 \to B=t_4=8$ $\quad A+B=8+32.5=\boxed{40.5}$ ۴

$a=-2$ $\quad$ $B=8$ $\quad$ $A+B=32.5-8=24.5$

$t_n=-24,-\frac{95}{4},\dots \to d=-\frac{95}{4}-(-24)=-\frac{95}{4}+\frac{96}{4}=\frac{1}{4} \Rightarrow t_{101}=a+100d=-24+25=\boxed{1}$ ۵

ص

$a_n=128, a_2, \dots, a_8=1 \Rightarrow \frac{a_8}{a_1}=\frac{1}{128}=\frac{aq^7}{a} \Rightarrow q=\frac{1}{2}$

$a_3\times a_9=a_7 \to (a+2d)(a+8d)=(a+6d)^2 \Rightarrow a^2+10ad+16d^2=a^2+36d^2+12ad$

$\Rightarrow 20d^2+2ad=0 \to 2d(10d+a)=0 \to 2d=0 \Rightarrow d=0$ ۶

$\to 10d+a=0 \Rightarrow 10d=-a \Rightarrow d=\frac{-a}{10}$

ص

$a_2\times a_8=a_4\times a_4 \to (a+d)(a+7d)=(a+3d)^2 \Rightarrow a^2+8ad+7d^2=a^2+6ad+9d^2 \to 2d^2-2ad=0$

$\Rightarrow 2d(d-a)=0 \to d=0$ ✗

$\to a=d$ ✓

ص ۷

دنباله هندسی: $t_n=\dots\, a+d,\ a+3d,\ a+7d\,\dots = \dots,2a,4a,8a,\dots \Rightarrow q=2$

$t_{10}=tq^9=\frac{1}{4}\times2^9=2^7=128$

$a_n=3aq,\ 2aq^2,\ aq^3,\dots \Rightarrow 3aq+aq^3=4aq^2 \Rightarrow 3+q^2=4q \Rightarrow q^2-4q+3=0$

$(q-1)(q-3)=0 \Rightarrow q=1$ ✗ ۸

$q=3$ ✓

ص

$a_n = ۲, \frac{۷}{۴}, \dots \Rightarrow d = \frac{۷}{۴} - ۲ = \frac{-۱}{۴} \Rightarrow a_۴ = a + ۳d = ۲ - \frac{۳}{۴} = +\frac{۵}{۴}$ $a_۸ = a + ۷d = a - \frac{۷}{۴} = \frac{۱}{۴} \quad a_{۱۳} = a + ۱۲d = ۲ - \frac{۱۲}{۴} = \frac{-۴}{۴}$ دنبالهٔ هندسی $= t_n = \frac{۵}{۴} + x, \frac{۱}{۴} + x, -۱ + x, \dots \Rightarrow (x + \frac{۵}{۴})(x - ۱) = (x + \frac{۱}{۴})^۲$ $\Rightarrow x^۲ + \frac{۱}{۴}x - \frac{۵}{۴} = \frac{۱}{۱۶} + x^۲ + \frac{x}{۲} \Rightarrow \frac{x}{۴} + \frac{۲۱}{۱۶} = ۰ \Rightarrow \frac{x}{۴} = \frac{-۲۱}{۱۶} \Rightarrow x = \frac{-۲۱}{۴}$ $t_n = \frac{-۱۶}{۴}, \frac{-۲۰}{۴}, \frac{-۲۵}{۴}, \dots \Rightarrow \boxed{q = \frac{۵}{۴}}$	۲	۹
$t_۱ \times t_۷ = t_۴ \times t_۴ \Rightarrow a(a + ۹d) = (a + d)^۲ \Rightarrow a^۲ + ۹ad = a^۲ + d^۲ + ۲ad \Rightarrow d^۲ - ۷ad = ۰$ $d(d - ۷a) = ۰ \Rightarrow d = ۰ \;\; \Rightarrow d = ۷a$ | $t_۱ + t_۲ + t_۷ = ۷۳ \Rightarrow a + a + d + a + ۹d = ۷۳$ $d = ۱$ | $۳a + ۱۰d = ۷۳ \Rightarrow ۷۳a = ۷۳ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow \underline{d = ۷}$ $۳a = ۷۳ \quad d = \frac{۷۳}{۳}(۱۱) - \frac{۷۳}{۳} = ۱۰$ $a = \frac{۷۳}{۳}$	ص ۱۱	۱۰