کیمیا مرادی _ ۱۴

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \quad a_1 q^{n-1}$

$\times 2 = q$ هندسی

۱- الف) $a_{10} = \frac{1}{2}\, 2^{9} = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{a_1 q^{16}}{a_1 q^{12}} = q^4$

$2^4 = 16$

ج) $a_{10} \;\; \frac{2^5}{32} \;\; a_4$

$\frac{1}{2}\, 2^{9} = 256 \qquad \frac{1}{2}\, 2^{3} = 4$

$256 \times 4 = 1024 \to 2^{10}$

$b^2 = (2^5)^2 \to b = 2^5$

د) $a_n = 128 \Leftarrow \frac{1}{2}\, 2^{n-1} = 128 \leftarrow \frac{2^n}{4} = 128$

حاصل ضرب $\to n = 9$

$2^n = 512 \to 2^9$

۲- $\frac{a_1 q^7}{a_1 q^4} = q^3 = 8 \to q = 2$

$a_5 = 12 \to a_1 q^4 = 12$

$a_8 = 96 \to a_1 q^7 = 96$

$a_1 \times 16 = 12 \to a_1 = \frac{3}{4}$

$a_{10} = \frac{3}{4} \times 2^9 = 384$

۳- $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243$

الف)

$a_3^2 \times a_3 \to a_3^5 = 243$

$a_3 = 3$

ب)

$a_1 \times a_5 = (a_3)^2 = 3^2 = 9$

۴- $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b \to (4\sqrt{2})^2 = 32$

$32 = 2^{a+b} \to 2^5 = 2^{a+b} \to a + b = 5$

$\frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \to$ واسطه حسابی

هندسی

۵- $a_3 = 1 - x \to a_1 q^2 = 1 - x$

$a_7 = x \to a_1 q^6 = x$

$a_{11} = x + 1 \to a_1 q^{10} = x + 1$

$\frac{a_1 q^{10}}{a_1 q^6} = \frac{x+1}{x} = q^4$

$\frac{a_1 q^6}{a_1 q^2} = \frac{x}{1-x} = q^4$

$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1-x}$

$1 - x^2 = x^2 \to 2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2} \to x = \frac{1}{\sqrt{2}},\; x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

هندسی

۶- بزرگترین جمله؟

a_1 , a_2 , a_3 , a_4

$a_1 + a_4 = ۲۸$

$a_2 + a_3 = ۱۲$

$$\frac{a_1 + a_1 r^3}{a_1 r + a_1 r^2} = \frac{۲۸}{۱۲} = \frac{۷}{۳}$$

$$\frac{a_1(1+r^3)}{a_1(r+r^2)} = \frac{1+r^3}{r+r^2} = \frac{(1+r)(1-r+r^2)}{r(1+r)} =$$

$$\frac{1-r+r^2}{r} = \frac{۷}{۳} \rightarrow ۳ - ۳r + ۳r^2 = ۷r$$

$$۳r^2 - ۱۰r + ۳ = ۰ \leftarrow ۳ + ۳r^2 = ۱۰r$$

$$r^2 - ۱۰r + ۹ \rightarrow (r-۹)(r-۱) \rightarrow r = \begin{cases} \frac{۹}{۳} = ۳ \\ \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

$$a_2 + a_3 \rightarrow a_1 r (1 + r)$$

$$\text{if } r = ۳ \rightarrow ۳a_1 \times ۴ = ۱۲a_1 = ۱۲ \rightarrow a_1 = ۱$$

$$\text{if } r = \frac{۱}{۳} \rightarrow \frac{۱}{۳} a_1 \times \frac{۴}{۳} = \frac{۴}{۹} a_1 = ۱۲ \rightarrow a_1 = ۲۷$$

بزرگترین جمله $r = ۳ \rightarrow$ ۱ و ۳ و ۹ و ۲۷ → ۲۷

$r = \frac{۱}{۳} \rightarrow$ ۲۷ و ۹ و ۳ و ۱

پاسخ = ۲۷

۷-

۱ و ۳ و ۹ $\quad q = ۳ \rightarrow q$

۹ و ۳ و ۱ $\quad q = \frac{۱}{۳} \rightarrow q$

a_1 , a_2 , a_3

$a_1 + a_2 + a_3 = ۱۳$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = ۲۷$

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 \rightarrow a_1(1 + q + q^2) = ۱۳$$

$$a_1^3 q^3 = ۲۷ \rightarrow (a_1 q)^3 = ۳^3 \rightarrow a_1 q = ۳ \rightarrow a_2$$

$$a_1 + a_3 = ۱۰ \rightarrow a_1(1 + q^2) = ۱۰ \rightarrow a_1 + a_1 q \cdot q = ۱۰$$

$$a_1 \times a_3 = ۹ \rightarrow a_1^2 q^2 = ۹ \rightarrow a_1 q = ۳ \qquad a_1 + ۳q = ۱۰$$

$$a_1 = \frac{۳}{q} \qquad \frac{۳}{q} + ۳q$$

$$\frac{۳ + ۳q^2}{q} = ۱۰ \rightarrow ۳ + ۳q^2 - ۱۰q = ۰ \rightarrow ۳q^2 - ۱۰q + ۳ = ۰$$

$$q^2 - ۱۰q + ۹ = ۰ \rightarrow (q-۹)(q-۱) \rightarrow q = \begin{cases} \frac{۹}{۳} \\ \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

کیمیا مرادی

۸- الف)

$$S_{10} = a\frac{q^{10}-1}{q-1} = 3\times\frac{3^{10}-1}{3-1} = \frac{3^{10}-1}{2}$$

$$a_1 = 3,\ q = 3$$

$$S_{10} = 29524$$

ب)

$$P = a \times aq \times aq^2 \times \cdots \times aq^9 = a^{10} \times q^{0+1+2+\cdots+9}$$

$$3^{45} \qquad 3^{45}$$

$$\frac{3^{10}\times 3^{45}}{2}$$

۹-

$$a, aq, aq^2, \ldots$$

$$aq - a = a(q-1),$$

$$aq^2 - aq = aq(q-1),$$

$$aq^3 - aq^2 = aq^2(q-1),$$

$$\Rightarrow a(q-1),\ aq(q-1),\ aq^2(q-1), \ldots$$

$$a(q-1)\times 1,\ a(q-1)\times q,\ a(q-1)\times q^2, \ldots$$

جمله اول $\rightarrow a(q-1)$

قدرنسبت $\rightarrow q$

۱۰-

الف) مجموع n جمله اول دنباله حسابی

جمله اول $\rightarrow a$

قدرنسبت $\rightarrow d$

$$a,\ a+d,\ a+2d,\ \ldots,\ a+(n-1)d$$

$$+\begin{cases} S_n = a + (a+d) + \cdots + a+(n-1)d \\ S_n = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \cdots + a \end{cases}$$

معکوس

$$2S_n = n\times(2a+(n-1)d)$$

$$\div 2 \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

ب) ۲

a ← جمله اول

q ← قدر نسبت

$a, aq, aq^2, \ldots, aq^{n-1}$

۲ ← $q \neq 1$ اگر

$$\begin{cases} S_n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1} \\ \times q \quad qS_n = qa + q^2a + q^3a + \cdots + q^n a \end{cases} -$$

$$S_n - qS_n = a - aq^n$$

$$S_n(1-q) = a(1-q^n) \xrightarrow{q \neq 1} \left(a \times \frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

$$\text{یا} \left(a \times \frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$