کیمیا مرادی _ ۱۴

$a_n = \frac{1}{۲}, ۱, ۲, \ldots \quad \xrightarrow{\times ۲} q$ مفروض

$a_1 q^{n-1}$ ۱۹/۷۵

۱- الف) $a_{۱۰} = \frac{1}{۲}\, ۲^{۹} = ۲۵۶$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} \qquad \frac{a_1 q^{۱۶}}{a_1 q^{۱۲}} = q^{۴} \to ۲^{۴} = ۱۶$

۲

ج) $a_{۱۰} \to \frac{1}{۲}\, ۲^{۹} = ۲۵۶ \qquad \frac{۲^{۵}}{۳۲} \qquad a_{۴} \to \frac{1}{۲}\, ۲^{۳} = ۴$

$۲۵۶ \times ۴ = ۱۰۲۴ \to ۲^{۱۰}$

$b^{۲} = (۲^{۵})^{۲} \to b = ۲^{۵}$

د) $a_n = ۱۲۸ \leftarrow \frac{1}{۲}\, ۲^{n-1} = ۱۲۸ \leftarrow \frac{۲^{n}}{۴} = ۱۲۸$

$۲^{n} = ۵۱۲ \to ۲^{۹}$

جمله‌ی نهم $\to n = ۹$

۲

۲- $\frac{a_1 q^{۷}}{a_1 q^{۴}} = q^{۳} = ۸ \to q = ۲$

$a_{۵} = ۱۲ \to a_1 q^{۴} = ۱۲$

$a_{۸} = ۹۶ \to a_1 q^{۷} = ۹۶$

$\to ۱۶$

$a_1 \times ۱۶ = ۱۲ \to a_1 = \frac{۳}{۴}$

$a_{۱۰} = \frac{۳}{۴} \times ۲^{۹} = \frac{۳۸۴}{۲}$

۳-

۲

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = ۲۴۳$

الف)

$a_3^{۲} \times a_3 \times a_3^{۲} \to a_3^{۵} = ۲۴۳$

$a_3 = ۳$

ب) $a_1 \times a_5 = (a_3)^{۲} = ۳^{۲} = ۹$

۲

۴- $۲^{a}, ۴\sqrt{۲}, ۲^{b} \to (۴\sqrt{۲})^{۲} = ۳۲$

$۳۲ = ۲^{a+b} \to ۲^{۵} = ۲^{a+b} \to a+b = ۵$

$\to$ واسطه حسابی $\frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = \frac{۲,۵}{۲}$

مدرسی

۵- $a_3 = 1-x \to a_1 q^{۲} = 1-x$

$a_7 = x \to a_1 q^{۶} = x$

$a_{11} = x+1 \to a_1 q^{۱۰} = x+1$

$\frac{a_1 q^{۱۰}}{a_1 q^{۶}} = \frac{x+1}{x} = q^{۴}$

$\frac{a_1 q^{۶}}{a_1 q^{۲}} = \frac{x}{1-x} = q^{۴}$

$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1-x}$

$1-x^{۲} = x^{۲} \to ۲x^{۲} = ۱$

ب) $x^{۲} = \frac{1}{۲} \to x = \frac{1}{+\sqrt{۲}}, \ x = \frac{1}{-\sqrt{۲}}$ ← فقط $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ درسته

$x = ۲$

۱/۷۵

۶. بزرگترین جمله

۵

a_1, a_2, a_3, a_4

$a_1 + a_4 = 28$

$a_2 + a_3 = 12$

$$\frac{a_1 + a_1 r^3}{a_1 r + a_1 r^2} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{a_1(1+r^3)}{a_1(r+r^2)} = \frac{1+r^3}{r+r^2} = \frac{\cancel{(1+r)}(1-r+r^2)}{r\cancel{(1+r)}} =$$

$$\frac{1-r+r^2}{r} = \frac{7}{3} \to 3 - 3r + 3r^2 = 7r$$

$$3r^2 - 10r + 3 = 0 \leftarrow 3 + 3r^2 = 10r$$

$$r^2 - 10r + 9 \to (r-9)(r-1) \to r = \left\{ \frac{9}{3} = 3, \ \frac{1}{3} \right.$$

$$a_2 + a_3 \to a_1 r(1+r)$$

if $r = 3 \to 3a_1 \times 4 = 12a_1 = 12 \to a_1 = 1$

if $r = \frac{1}{3} \to \frac{1}{3} a_1 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9} a_1 = 12 \to a_1 = 27$

بزرگترین جمله $r = 3 \to 1, 3, 9, 27$ $\frac{12 \times 9}{4}$

27   پاسخ $= 27$

$r = \frac{1}{3} \to 27, 9, 3, 1$

۷.

۵

$9, 3, 1 \to q = 3$

$1, 3, 9 \to q = \frac{1}{3}$

a_1, a_2, a_3

$a_1 + a_2 + a_3 = 13$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 27$

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 \to a_1(1+q+q^2) = 13$$

$$a_1^3 q^3 = 27 \to (a_1 q)^3 = 3^3 \to a_1 q = 3 \to a_2$$

$$a_1 + a_3 = 10 \to a_1(1+q^2) = 10 \to a_1 + a_2 q = 10$$

$$a_1 \times a_3 = 9 \to a_1^2 q^2 = 9 \to a_1 q = 3 \qquad a_1 + 3q = 10$$

$$a_1 = \frac{3}{q} \qquad \frac{3}{q} + 3q$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0 \qquad q \left\{ \frac{9}{3}, \frac{1}{3} \right.$$

$$q^2 - 10q + 9 = 0 \to (q-9)(q-1)$$

$$3 + 3q^2 - 10q = 0 \leftarrow \frac{3 + 3q^2}{q} = 10$$

۸ کیمیا مرادی

۱ الف)

$2 , 6 , 18 , \ldots$

$a_1 = 2 , q = 3 \qquad S_{10} = a\dfrac{q^{10}-1}{q-1} = 2\times\dfrac{3^{10}-1}{3-1} = 3^{10}-1$

$S_{10} = 59048$

ب)

$P = a\times aq\times aq^2\times \cdots \times aq^9 = a^{10}\times (q)^{0+1+2+3+\cdots+9}$

$\to 45 \qquad \to 3^{45}$

$\dfrac{2^{10}\times 3^{45}}{2}$

۲ ۹.

$a , aq , aq^2 , \ldots$

$aq - a = a(q-1)$

$aq^2 - aq = aq(q-1)$

$aq^3 - aq^2 = aq^2(q-1)$

دنبالهٔ جدید $\rightarrow a(q-1) , aq(q-1) , aq^2(q-1) , \ldots$

$a(q-1)\times 1 , a(q-1)\times q , a(q-1)\times q^2 , \ldots$

$a(q-1) \rightarrow$ جملهٔ اول

$q \rightarrow$ قدرنسبت

۲ ۱۰.

الف) مجموع n جملهٔ دنبالهٔ حسابی؟

$a \rightarrow$ جملهٔ اول

$d \rightarrow$ قدرنسبت

$a , a+d , a+2d , \ldots , a+(n-1)d$

$$+\begin{cases} S_n = a + (a+d) + \cdots + a+(n-1)d & \rightarrow \text{عکس} \\ S_n = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \cdots + a \end{cases}$$

$2S_n = n\times(2a+(n-1)d)$

$\div 2$

$S_n = \dfrac{n}{2}(2a+(n-1)d)$

ب)

جمله اول ← a

قدر نسبت ← q

$$a,\ aq,\ aq^2,\ \ldots,\ aq^{n-1}$$

اگر $q \neq 1$ ←

$$S_n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1}$$

$\times q$

$$qS_n = qa + q^2a + q^3a + \cdots + q^n a$$

$$S_n - qS_n = a - aq^n$$

$$S_n(1-q) = a(1-q^n) \xrightarrow{q\neq 1} \left(a \times \frac{1-q^n}{1-q}\right) \text{ یا } \left(a \times \frac{q^n-1}{q-1}\right)$$