نسترن اسماعیلی

۱- $a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 2^{n-2}$

الف) $\frac{1}{2} \times 2^9 = 2^{-1} \times 2^9 = 2^8 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \; a_{17} = aq^{16} \to \frac{1}{2} \times 2^{16} = 2^{15} \;,\; a_{13} = aq^{12} \to \frac{1}{2} \times 2^{12} \Rightarrow \frac{2^{15}}{2^{12}} = 2^3 = 8$

ج) $a_4, a_{10} \to a_4 = aq^3 \to \frac{1}{2} \times 2^3 = 2^2 = 4$

$a_{10} = aq^9 \to \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8 = 256$ $\quad a, b, c \to b^2 = ac$

$b^2 = 256 \times 4$

$\sqrt{b^2} = 1024$

$b = 2^5 = 32$

د) $a_n = 128$

$\frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 128 \to \frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 2^7 \to n-2 = 7$ $\quad n = 9$

۲- $a_5 = 12 \;/\; a_8 = 96 \;/\; a_{10} = a_5 \times q^5 = 12 \times 2^5 = 12 \times 32 = 384$

$\frac{aq^7}{aq^4} = q^3 = \frac{96}{12} \to q^3 = 8 \to q = 2$

۳- $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243$

$a \times aq \times aq^2 \times aq^3 \times aq^4 = a^5 q^{(0+1+2+3+4)} = a^5 q^{10} = (aq^2)^5 = a_3^5$

$a_3^5 = 243 \quad \to 243 = 3^5$

$a_3 = 3 \;/\; a_1 a_5 = (aq^2)^2 = (a_3)^2 = 3^2 = 9$

۴- $2^a, 4\sqrt{7}, 2^b \to q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4\sqrt{7}}{3}$

$a_3 = a_2 q = 4\sqrt{7} \times \frac{4\sqrt{7}}{3} = \frac{16 \times 7}{3} = \frac{112}{3}$

۵- $a_n = aq^{n-1}$

$d_n = a_{n+1} - a_n = aq^n - aq^{n-1} = aq^{n-1}(q-1)$

کد درست دنباله انتخاب = ۲

۵-

$a_۳ = ۱ - x$ $\quad \frac{a_۷}{a_۳} = q^۴ \to \frac{x}{۱-x}$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱$ $\quad \frac{a_{۱۱}}{a_۳} = q^۸ = \frac{x+۱}{۱-x}$

$\left(\frac{x}{۱-x}\right)^۲ = \frac{x+۱}{۱-x} \Rightarrow x = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۸-

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots \quad ۲ \times ۳^{n-۱}$

$S_{۱۰} = ۲\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right) = ۲ \times \frac{۵۹۰۴۸}{۲} = ۵۹۰۴۸$

$P_{۱۰} = \sqrt{(۲ \times ۲ \times ۳^۹)^{۱۰}}$ $\quad a_{۱۰} = aq^۹ = ۲ \times ۳^۹$

$\sqrt{(۲ \times ۳^۹)^{۱۰}} = (۲ \times ۳^۹)^۵ = ۲^۵ \times ۳^{۴۵}$

۷-

$a \times aq \times aq^۲ = a^۳q^۳ = ۲۷ \to (aq)^۳ = ۲۷ \to aq = ۳$

$a_۲ = ۳$

$a + ۳ + aq^۲ = ۱۳ \to \frac{۳}{q} + ۳ + ۳q = ۱۳$

$q + \frac{۱}{q} = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$

$q = ۳ \Rightarrow a = ۱ \quad , q = ۳$

۱, ۳, ۹

۶-

$a_۱ + a_۴ = ۲۸ \ / \ a_۲ + a_۳ = ۱۲$

$a_۱ + a_۴ = a + aq^۳ = a(۱ + q^۳) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = aq + aq^۲ = aq(۱ + q) = ۱۲$

$\frac{aq(۱+q)}{a(۱+q^۳)} = \frac{۱۲}{۲۸} = \frac{۳}{۷}$ $\quad ۷q(۱+q) = ۳(۱+q^۳) \Rightarrow$

$۳q^۳ - ۷q^۲ - ۷q + ۳ = ۰$

/ /

- 19

ال) $a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$

$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-1)d)$$

$$\begin{cases} S_n = a + (a+d) + \dots + (a+(n-1)d) \\ S_n = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \dots + a \end{cases}$$

$$2S_n = n(2a + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

ب) $a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}$

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^n$$

$$qS_n = aq + aq^2 + \dots + aq^n$$

$$S_n - qS_n = a - aq^n$$

$$(1-q)S_n = a(1-q^n)$$

$$S_n = a \times \left(\frac{1-q^n}{1-q}\right) = a\left(\frac{q^n - 1}{q-1}\right)$$