نام و نام خانوادگی : پرنیان دهقان پور   تکلیف ۱۴   دهم دهم ۲۹

۱

الف) جمله ۱۰ ام $a_{10}=a_1q^9$ $\quad \frac{1}{2}\times 2^9=2^8=256$

$a_n=\frac{1}{2},1,2$

$q=2$

ب) $\frac{a_1q^{16}}{a_1q^{12}}=q^4$ $\quad 2^4=\boxed{16}$

$a_4=\frac{1}{2}2^3=4$ $\quad \sqrt{256\times 4}=2^5 \Rightarrow 32$

$a_{10}=\frac{1}{2}2^9=256$

ج) جمله ۹ ام $\quad 128=2^7$ $\quad 2^7=\frac{1}{2}\times 2^{n-1}$ $\quad n=9$

۲

$a_5=12$

$a_8=96$ $\quad \frac{a_8}{a_5}=q^3$

$\frac{96}{12}=8$ $\quad \boxed{q=2}$ $\quad a_{10}=a_5\times q^5$ $\quad 12\times 32=384$

۳

$a_1^5\times q^{10}=243$ $\quad a_1\times a_5=a_1^2\times q^4$

$(a_1\times q^2)^5=243$ $\quad (a_1\times q^2)^2=3^2=9$

$a_1\times q^2=3$

$\boxed{a_3=3}$

۴

$2^b\times 2^a=4\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}$

$2^{b+a}=\underbrace{32}_{2^5}$

$b+a=5$

$\frac{b+a}{2}$ واسطه حسابی $\frac{5}{2}=2.5$

۵

$a_3=1-x$ $\quad a_3\times a_{11}=a_7^2$

$a_7=x$

$a_{11}=x+1$ $\quad (1-x)(1+x)=x^2$

$1-x^2=x^2$

$1=2x^2$

$\frac{1}{2}=x^2$ $\quad x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow +\sqrt{\frac{1}{2}}$

$-\sqrt{\frac{1}{2}}$

$a_1 + a_4 = ۲۸$ $\quad a_1 + a_1 q^3 = ۲۸$ $\quad \frac{\cancel{a}(1+q^3)}{\cancel{a}q(1+q)}$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac$

$۴a_1 = ۲۸$ $\quad q = ۳ \Leftarrow a_1(1+q^3) = ۲۸$ $\quad (-۱۰)^2 - ۴(۳)(۳) = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴$ $\quad q = \frac{1}{۳}, \; q = ۳$

$\boxed{a_1 = ۱}$, $\boxed{a_4 = ۲۷}$ $\quad \frac{-b \pm \sqrt{۶۴}}{۲a} = \frac{۱۰ \pm ۸}{۶}$ ۶

$a_2 + a_3 = ۱۲$ $\quad a_1 q^1 + a_1 q^2 = ۱۲$ $\quad \frac{(1+q)(1-q+q^2)}{q^1\cancel{(1+q)}} = \frac{۲۸}{۱۲}$

$\boxed{a_2 = ۳}$, $\boxed{a_3 = ۹}$ $\quad a_1 q^1 (1+q) = ۱۲$ $\quad ۳q^2 - ۱۰q + ۳ = ۰$

پس بزرگترین جمله $= ۲۷$

$۲۸q = ۱۲ - ۱۲q + ۱۲q^2 \Rightarrow ۱۲q^2 - ۴۰q + ۱۲ = ۰$

$a_1 + \overset{۳}{aq} + a_1 q^2 = ۱۳$ $\quad \frac{a_1}{۹}, \frac{a_2}{۳}, \frac{a_3}{۱}$ اگر $r = \frac{1}{۳}$ $\quad$ $a_1 = ۱ \;\; a_2 = ۳ \;\; a_3 = ۹ \Leftarrow$ اگر $r = ۳$

$a_1(1+q+q^2) = ۱۳$ $\quad b^2 - ۴ac$

$a_1 + aq^2 = ۱۰$ $\quad ۱۰۰ - ۴(۳)(۳) = ۶۴$ $\quad q = \frac{1}{۳}, \; q = ۳$ ۷

$a_1 \times aq \times a_1 q^2 = ۲۷$ $\quad \frac{۳}{q} a(1+q^2) = ۱۰$ $\quad \frac{-b \pm \sqrt{۶۴}}{۲a} = \frac{۱۰ \pm ۸}{۶}$

$a_1^3 \times q^3 = ۲۷$ $\quad a_1 \times q = ۳$ $\quad a_2 = ۳$ $\quad \frac{۳}{q} + ۳q = ۱۰$

$۳ + ۳q^2 - ۱۰q = ۰$

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots$ $\quad (\times ۳)$

$S_{10} = a\left(\frac{q^{10}-1}{q-1}\right) \Rightarrow \cancel{۲}\left(\frac{۳^{10}-1}{\cancel{۳-1}}\right) \Rightarrow ۳^{10} - 1 \Rightarrow ۵۹۰۴۸$ ۸

$S_{10} = (a_1 \times a_n)^{\frac{n}{2}} \Rightarrow (۲ \times \underset{۲ \times ۳^۹}{a_{10}})^۵ \Rightarrow (۲^2 \times ۳^۹)^۵ = \boxed{۲^{10} \times ۳^{۴۵}}$

$b_n = a_{n+1} - a_n$ $\quad b_{n+1} = a_{n+2} - a_{n+1}$ $\quad$ چون نسبت دو جمله متوالی آن مقدار ثابت است $q =$ پس

$b_n = aq^n - aq^{n-1}$ $\quad b_{n+1} = aq^{n+1} - a_1 q$ $\quad$ دنباله هم یک تصاعد هندسی است.

$b_n = aq^{n-1}(q-1)$ $\quad b_{n+1} = aq^n(q-1)$ $\quad$ قدر نسبت آن برابر قدر نسبت ۹

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\cancel{a}q^n\cancel{(q-1)}}{\cancel{a}q^{n-1}\cancel{(q-1)}}$ $\quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\cancel{q^n}}{\cancel{q^{n-1}}} \Rightarrow q^{n-(n-1)}$ $\quad \boxed{q^1 = \frac{b_{n+1}}{b_n}}$ $\quad$ همان دنباله اول $q =$

$S_n = a_1 + (a_1+d) + (a_1+2d) + \dots + (a_1+(n-1)d)$ $\quad$ از دو طرف معادله جمع می کنیم

$S_n = (a_1+a_n) + (\overset{a_1+a_n}{a_1+d + a_1+(n-1)d}) + \dots + (a_1+a_n)$ $\quad (a_1+a_n)\frac{n}{2}$ به دست می آید ۱۰

$S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2} \Rightarrow \frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$

$S_n = a + a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-1}$

$S_n q = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n$

$S_n q - S_n = aq^n - a$ $\quad S_n(q-1) = a(q^n - 1) \Rightarrow S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$