نام و نام خانوادگی : پرنیان دهقان‌پور ۱۹/۷۵ تکلیف ۱۴ دهم تجر ۹

۱

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2$

$q = 2$

$a_{10} = a_1 q^9$

الف) جمله ۱۰ام $\frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8 = 256$

ب) $\frac{a_1 q^{16}}{a_1 q^{12}} = q^4$ $2^4 = \boxed{16}$

$a_4 = \frac{1}{2} 2^3 = 4$

$a_{10} = \frac{1}{2} 2^9 = 256$

$\sqrt{256 \times 2^4} = 2^5 \Rightarrow 32$

$128 = 2^7$

ج) جمله ۱۹ام $2^7 = \frac{1}{2} \times 2^{n-1}$ $n = 9$

✓

۲

$a_5 = 12$

$a_8 = 96$

$\frac{a_8}{a_5} = q^3$

$\frac{96}{12} = 8$ $\boxed{q = 2}$

$a_{10} = \underset{12}{a_5} \times \underset{2}{q}^5$ $12 \times 32 = 384$

✓

۳

$a_1^5 \times q^{10} = 243$

$(a_1 \times q^2)^5 = 243$

$a_1 \times q^2 = 3$

$\boxed{a_3 = 3}$

$a_1 \times a_5 = a_1^2 \times q^4$

$(a_1 \times q^2)^2 = 3^2 = 9$

✓

۴

$2^b \times 2^a = 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$

$2^{b+a} = \underset{2^5}{32}$

$b + a = 5$

$\frac{b+a}{2}$ واسطه حسابی $\frac{5}{2} = 2/5$

✓

۵

$a_3 = 1 - x$

$a_7 = x$

$a_{11} = x + 1$

$a_3 \times a_{11} = a_7^2$

$(1 - x)(1 + x) = x^2$

$1 - x^2 = x^2$

$1 = 2x^2$

$\frac{1}{2} = x^2$ $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow +\sqrt{\frac{1}{2}}$

$-\sqrt{\frac{1}{2}}$

۱/۷۵

فقط $\frac{\sqrt{2}}{2}$ درسته!

$a_۱ + a_۴ = ۲۸$ $a_۱ + a_۱q^۳ = ۲۸$

$۴a_۱ = ۲۸$ $q = ۳ \Leftarrow a_۱(۱ + q^۳) = ۲۸$

$\boxed{a_۱ = ۱}$ $\boxed{a_۴ = ۲۷}$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲$ $a_۱q^۱ + a_۱q^۲ = ۱۲$

$\boxed{a_۲ = ۳}$ $\boxed{a_۳ = ۹}$ $a_۱q^۱(۱ + q) = ۱۲$

$۲۷ =$ پس بزرگترین جمله

$\frac{\cancel{a}(۱+q^۳)}{\cancel{a}q(۱+q)} =$

$\frac{(۱+q)(۱-q+q^۲)}{q^۱(\cancel{۱+q})} = \frac{۲۸}{۱۲}$

$۲۸q = ۱۲ - ۱۲q + ۱۲q^۲ \Rightarrow ۱۲q^۲ - ۴۰q + ۱۲ = ۰$

$۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$

$\Delta = b^۲ - ۴ac$

$(-۱۰)^۲ - ۴(۳)(۳)$

$+۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴$

$\frac{-b \pm \sqrt{۶۴}}{۲a} = \frac{۱۰ \pm ۸}{۶}$

$q = \frac{۱}{۳}$ $q = ۳$

۲

۶

$a_۱ + (\overset{۳}{aq}) + a_۱q^۲ = ۱۳$ $\overset{a_۱}{۹}, \overset{a_۲}{۳}, \overset{a_۳}{۱}$ اگر $r = \frac{۱}{۳}$

$a_۱ = ۱$ $a_۲ = ۳$ $a_۳ = ۹ \Leftarrow$ اگر $r = ۳$

$a_۱(۱ + q + q^۲) = ۱۳$ $a_۱ + aq^۲ = ۱۰$ $b^۲ - ۴ac$

$a_۱ \times aq \times a_۱q^۲ = ۲۷$ $\frac{۳}{q}a(۱ + q^۲) = ۱۰$ $۱۰۰ - ۴(۳)(۳) = ۶۴$

$a_۱^۳ \times q^۳ = ۲۷$ $a_۱ \times q = ۳$ $a_۲ = ۳$ $\frac{۳}{q} + ۳q = ۱۰$ $\frac{-b \pm \sqrt{۶۴}}{۲a} = \frac{۱۰ \pm ۸}{۶}$

$۳ + ۳q^۲ - ۱۰q = ۰$

$q = \frac{۱}{۳}$ $q = ۳$

۲

۷

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots$ $\times ۳$

$S_{۱۰} = a\left(\frac{q^{۱۰} - ۱}{q - ۱}\right) \Rightarrow \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}}\right) \Rightarrow ۳^{۱۰} - ۱ \Rightarrow ۵۹۰۴۸$

$S_{۱۰} = (a_۱ \times a_n)^{\frac{n}{۲}} \Rightarrow (۲ \times \underbrace{a_{۱۰}}_{۲ \times ۳^۹})^۵ \Rightarrow (۲^۲ \times ۳^۹)^۵ = \boxed{۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}}$

۲

۸

$b_n = a_{n+1} - a_n$

$b_n = aq^n - aq^{n-1}$

$b_n = aq^{n-1}(q - ۱)$

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\cancel{a}q^n\cancel{(q-۱)}}{\cancel{a}q^{n-1}\cancel{(q-۱)}}$

$b_{n+1} = a_{n+2} - a_{n+1}$

$b_{n+1} = aq^{n+1} - a_۱q$

$b_{n+1} = aq^n(q - ۱)$

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{q^{\cancel{n}}}{q^{\cancel{n-1}}} \to q^{n-(n-1)}$ $\boxed{q^۱ = \frac{b_{n+1}}{b_n}}$ $q^۱$ q

چون نسبت دو جمله متوالی آن مقدار ثابت است پس $q =$ دنباله هم یک تصاعد هندسی است. قدر نسبت آن برابر قدر نسبت همان دنباله اول $q =$

۲

۹

$S_n = a_۱ + (a_۱ + d) + (a_۱ + ۲d) + \dots (a_۱ + (n-۱)d)$

$S_n = (a_۱ + a_n) + (\overset{a_۱ + a_n}{a_۱ + d + a_۱ + (n-۱)d}) + \dots (a_۱ + a_n)$

از دو طرف معادله جمع می‌کنیم $(a_۱ + a_n)\frac{n}{۲}$ به دست می‌آید

$S_n = \frac{n(a_۱ + a_n)}{۲} \Rightarrow \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$

$S_n = a + a_۱q + a_۱q^۲ + \dots + a_۱q^{n-1}$

$S_nq = aq + aq^۲ + aq^۳ + \dots + aq^n$

$S_nq - S_n = aq^n - a$ $S_n(q - ۱) = a(q^n - ۱) \Rightarrow S_n = \frac{a(q^n - ۱)}{q - ۱}$

۲

۱۰