نام و نام خانوادگی ......فریبا صالحی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ....۱۴.... کلاس ....دهم.....(ریاضی)......

۱

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \to q = 2 \ , \ a_1 = \frac{1}{2}$

الف) جمله‌ی دهم = ? $\to aq^{n-1} \to \frac{1}{2}\times(2)^{10-1} \to \frac{1}{2}\times 2^9 \to \frac{512}{2} = \boxed{256}$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = ? \to \frac{\cancel{a}q^{16}}{\cancel{a}q^{12}} \to \frac{2^{16}}{2^{12}} \to 2^{16}\times 2^{-12} \to 2^4 = \boxed{16}$

ج) واسطه هندسی بین a_4 و a_{10} = ? $\to a_4 = aq^3 \to \frac{1}{2}\times 2^3 = 4 \ / \ a_{10} \to aq^9 \to \frac{1}{2}\times 2^9 = \boxed{256} \to b^2 = a\times c$

$b^2 = 256\times 4 \to b^2 = 1024$

$b = \pm 32$

فقط حالت مثبت ۴ و ۱۶ چون تمام جملات + هستند.

$\boxed{+32}$ جواب

د) $\frac{1}{2}\times 2^{n-1} \to 128$

$2^{-1}\times 2^{n-1} = 128$

$2^{n-2} = 2^7 \to n = 9 \to \boxed{a_9}$ جواب

۲

هندسی $\begin{cases} a_5 = 12 \\ a_8 = 96 \end{cases} \to q^3 = \frac{96}{12} \to q^3 = 8 \to \boxed{q=2}$

$a_{10} = ? \to a_8 q^2 \to 96\times(2)^2 \to 96\times 4 = \boxed{384}$

جواب

۳

$a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5 = 243$ / $\frac{a}{\cancel{q^2}}\times\frac{a}{\cancel{q}}\times a\times a\cancel{q}\times a\cancel{q^2} = 243 \to a^5 = 243$

$\boxed{a = 3}$

الف) $a_3 = ? \to a_3 = a \to \boxed{3}$ جواب

ب) $a_1\times a_5 = ? \to \frac{a}{\cancel{q^2}}\times a\cancel{q^2} \to a^2 \to 3^2 = \boxed{9}$

جواب

۴

$\underbrace{2^a}_{a} \ / \ \underbrace{4\sqrt{2}}_{b} \ / \ \underbrace{2^b}_{c}$ هندسی $\to b^2 = a\times c \to \underbrace{(4\sqrt{2})^2}_{\underbrace{16\times\sqrt{4}}_{32}} = 2^a\times 2^b \to 32 = 2^{a+b} \to 2^5 = 2^{a+b}$

$\boxed{a+b=5}$

واسطه‌ی حسابی بین a و b = ? $\to b = \frac{a+c}{2} \to \frac{5}{2} = \boxed{2.5}$

جواب

۵

هندسی $\begin{cases} a_3 = 1-x \\ a_7 = x \to a_3 q^4 = x \to (1-x)q^4 = x \to q^4 = \frac{x}{1-x} \\ a_{11} = x+1 \to a_{11} = a_7 q^4 \to xq^4 = x+1 \to q^4 = \frac{x+1}{x} \end{cases}$

برابرند

$\frac{x}{1-x} = \frac{x+1}{x} \to x^2 = \underbrace{(1-x)(1+x)}_{\text{مزدوج}}$

$x^2 = 1^2 - x^2 \to x^2 = 1 - x^2$

$2x^2 = 1 \to x^2 = \frac{1}{2}$

$\boxed{x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}}$

جواب

(a_1, aq, aq^2, aq^3)

فرناز صالحی

فیل دفتریان

۶

$a_1+a_4=28$ / $a_2+a_3=12$ → $a+aq^3=28$ → $a(1+q^3)=28$

$aq+aq^2=12$ → $aq(1+q)=12$ → $\frac{a(1+q^3)}{aq(1+q)}=\frac{28}{12}$

$\frac{(1+q)(1-q+q^2)}{q(1+q)}=\frac{7}{3}$ → $3-3q+3q^2=7q$ → $3q^2-10q+3=0$ → $\Delta=b^2-4ac$ → $100-4(3\times3)$ → 64

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ → $\frac{10\pm\sqrt{64}}{6}$ → $\frac{10+8}{6}=3$, $\frac{10-8}{6}=\frac{1}{3}$ مقادیر q ⇒ داشتیم $a(1+q^3)=28$ → $q=3$ → $\boxed{a=1}$; $q=\frac{1}{3}$ → $\boxed{a=27}$

دنباله ← 1, 3, 9, 27 ، 27, 9, 3, 1 → بزرگترین = 27 ← جواب

۷

$a_1+a_2+a_3=13$ → $\frac{3}{q}+3+3q=13$ → $3+3q+3q^2=13q$ → $3q^2-10q+3=0$

$a_1\times a_2\times a_3=27$ → $\frac{a}{q}\times a\times aq$ → $a^3=27$ → $\boxed{a=3}$

$\Delta=b^2-4ac$ → $100-36=\boxed{64}$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ → $\frac{10\pm\sqrt{64}}{6}$ → 3 , $\frac{1}{3}$ مقادیر q

(a_1, a_2, a_3) ، $(\frac{a}{q}, a, aq)$ → $q=\frac{1}{3}$ → $\frac{3}{\frac{1}{3}}, 3, 3\times\frac{1}{3}$ → $\boxed{9, 3, 1}$

$\underbrace{\frac{3}{3}, 3, 9}_{q=3}$ → $\boxed{1, 3, 9}$ ← جواب

۸

$a_n=2, 6, 18, \ldots$ ($\times3$ $\times3$) → $\boxed{q=3}$

الف) جمع ۱۰ جمله‌ی اول هندسی → ? → $S_n=a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$ → $S_{10}=2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right)$ → $\boxed{59048}$ جواب

ب) حاصلضرب ۱۰ جمله‌ی اول هندسی = ? → $(\underset{a_1}{\text{اولی}}\times\underset{a_{10}}{\text{آخری}})^{\frac{n}{2}}$ → $(2\times39366)^5$ → $(78732)^5$ ← جواب

تعداد زوج

a_{10} ← aq^9 → 2×3^9 → 39366

۹

a , aq , aq^2

$aq-a$ → $a(q-1)$

aq^2-aq → $aq(q-1)$

aq^3-aq^2 → $aq^2(q-1)$

← اثبات شد!

۱۰

$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$ → $S_n=a_1+(a_1+d)+\ldots+a_1+(n-1)d$

$\times2$ یکبار از اول تا آخر و یکبار از آخر به اول را با هم جمع کنیم

$2S_n=n(2a_1+(n-1)d)$ → $S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$

اثبات شد

$S_n=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$ → $S_n=a+aq+aq^2+\ldots+aq^{n-1}$ $\xrightarrow{\times q}$ $S_nq=aq+aq^2+aq^3+\ldots+aq^n$

از هم کم کنیم

$qS_n-S_n=aq^n-a$ → $\underset{\text{فاکتور}}{S_n(q-1)}=a(q^n-1)$ → $S_n=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$

اثبات شد!