نام : سنا فاضلی　　　　تکلیف : ۱۴　　　　دهم جمعه ها

۱- الف) $a_{10} = a_1 r^9 = \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{ar^{16}}{ar^{12}} = r^4 = 2^4 = 16$

ج) $a_7^2 = a_4 \times a_{10} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2^3 \times \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^{10} \rightarrow a_7 = 2^5 = 32$

د) $ar^{n-1} = \frac{1}{2} \times 2^8 = 128 \rightarrow$ ۹امین جمله

۲- $\frac{ar^7}{ar^4} = r^3 = \frac{96}{12} = 8 \rightarrow r = 2$

$a_{10} = a_8 \times r^2 = 96 \times 4 = 384$

۳- $ar^{-2} \times ar^{-1} \times a \times ar^1 \times ar^2 = a^5 = 243 \rightarrow a = 3$

a^5 ← یا می توان گفت جمله وسطی به توان تعداد ←

الف ← ۳

ب ← $ar^{-2} \times ar^2 = a^2 = 3^2 = 9$

۴- $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b \rightarrow (4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \rightarrow 32 = 2^{a+b} \rightarrow a+b = 5$

واسطه حسابی بین a و b $= \frac{5}{2} = 2.5$

۵- $x^2 = (1-x)(1+x) \rightarrow x^2 = 1 - x^2 \rightarrow 2x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶- $a_1 + a_4 = 28 \rightarrow aq^3 + a = 28 \rightarrow a(1+q^3) = 28$

$a_2 + a_3 = 12 \rightarrow aq + aq^2 = 12 \rightarrow aq(1+q) = 12$

$\frac{\cancel{a}(1+q^3)}{\cancel{a}q(1+q)} = \frac{28}{12} \rightarrow \frac{\cancel{(1+q)}(1-q+q^2)}{q\cancel{(1+q)}} = \frac{7}{3}$

$\rightarrow 3 - 3q + 3q^2 = 7q \rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \quad \Delta = 100 - 4(9) = 64 \rightarrow q = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6}$ $\rightarrow \frac{10+8}{6} = 3$, $\rightarrow \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}$

۲ دنباله به وجود می آید $\rightarrow 1, 3, 9, 27$ و $\rightarrow 27, 9, 3, 1$ $\rightarrow$ بزرگترین $= 27$

۷- $\underbrace{a_1 \times a_3}_{a_2^2} \times a_2 = 27 \rightarrow a_2^3 = 27 \rightarrow a_2 = 3$

$a + 3a + 12a = 13a = 13 \rightarrow \boxed{a = 1}$

جملات $= 1, 3, 9$

۸- الف) $S_n = a_1\left(\frac{q^n - 1}{q-1}\right) = \frac{\cancel{2} \times (3^{10}-1)}{\cancel{3-1}} = 3^{10} - 1$

ب) $($جمله آخر $\times$ جمله اول$)^{\frac{n}{2}} =$ ضرب جملات $\rightarrow (2 \times 2 \times 3^9)^5 = (2^2 \times 3^9)^5 = 2^{10} \times 3^{45}$

۹-

دنباله‌ی اولی $= a \,,\, aq \,,\, aq^2$

دنباله‌ی دومی $= (a - aq) \,,\, (aq - aq^2) \,,\, \dots \to a(1-q) \xrightarrow{\times q} aq(1-q)$

قدر نسبت دنباله‌ی جدید همان قدر نسبت دنباله‌ی قدیم است

۱۰- الف)

$a \,,\, a+d \,,\, a+2d \,,\, \dots \,,\, a+(n-1)d$

$$\begin{cases} S_n = a + a+d + a+2d + \dots + a+(n-1)d \\ S_n = a+(n-1)d + a+(n-2)d + \dots + a \end{cases}$$

$$\to 2S_n = (a + a+(n-1)d) + (a+(n-2)d + a+d) \to$$

$$\to 2S_n = n(2a+(n-1)d) \to S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d) = S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

ب)

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

$$S_n \times q = aq + aq^2 + \dots + aq^n$$

$$\to S_n - S_n q = a - aq^n \to S_n(1-q) = a(1-q^n) \to S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$